

DENSIFICACIÓN FOTOGRAMÉTRICA DE REDES GEODÉSICAS

I.Colomina

Institut Cartogràfic de Catalunya
Balma, 209-211
08006 Barcelona

Resumen. El Institut Cartogràfic de Catalunya (ICC) está completando la etapa de estudios previos a la densificación de la red geodésica de orden inferior (ROI) para la creación de la red geodésica de cuarto orden de Cataluña.

Antes de proceder a la evaluación teórica y práctica de las distintas alternativas técnicas de densificación, es necesario acotar las condiciones de densidad y precisión que debe cumplir una red de cuarto orden a partir de las previsiones de su utilización.

Durante los diez últimos años, las técnicas fotogramétricas de determinación de coordenadas 3 dimensionales han sido desarrolladas y aplicadas con éxito a la densificación de redes geodésicas. Para ello se recurre al ajuste de redes de haces de rayos con autocalibración. Aplicando este método y a partir de fotografías a escalas relativamente pequeñas (1 : 15000) se obtienen precisiones teóricas que oscilan entre 1.7 y 2.5 cm en planimetría, y entre 3 y 4 cm en altimetría. Las comprobaciones de exactitud de campo posteriores no se apartan de las predicciones en más de un 20 - 40%. En este trabajo se describen las características de las redes fotogramétricas de haces con autocalibración.

Además de los métodos de la geodesia convencional y del GPS, el ICC ha considerado, pues, la posibilidad de la densificación fotogramétrica. Para ello, otro elemento importante en esta etapa previa de estudios es la realización de una experiencia piloto de densificación, en la que se determinarán unos 30 nuevos vértices por procedimientos distintos: red de triangulación; red GPS y red fotogramétrica.

1 INTRODUCCIÓN

Como es bien conocido, la gran mayoría de países de Europa occidental cuentan con redes utilitarias geodésicas, horizontales y de nivelación. La conveniencia de disponer de tales redes en nuestro país ha sido, repetidamente, justificada y puesta de manifiesto (ver, por ejemplo, [26]). En el ICC, la elaboración de las series cartográficas institucionales de base (mapas de línea y ortofotográficos a escala 1 : 5000), de los trabajos auxiliares (mapas de línea para proyectos de ingeniería a escalas 1 : 2000 y 1 : 1000) y de cartografía urbana (escala 1 : 500), ha elevado a la categoría de urgente la realización de la red utilitaria o de cuarto orden. De hecho, existe un desequilibrio entre la actividad cartográfica y la infraestructura geodésica de Cataluña. Tal desequilibrio se traduce en despilfarro económico y descontrol técnico, puesto que mismas zonas se apoyan repetida y, en ocasiones, deficientemente.

Considerando que la mayor parte de los trabajos cartográficos citados se realizan mediante restitución fotogramétrica, y que el apoyo para los modelos estereoscópicos se obtiene por medio de triangulación aérea, la disponibilidad de una red utilitaria de 2 Km de lado resuelve, prácticamente, el apoyo de los bloques de aerotriangulación hasta escalas de imagen de 1 : 5000 -y, en consecuencia, hasta escalas de mapa de 1 : 1000. La

disponibilidad de una red de 1 - 1.3 Km de lado casi resuelve el apoyo de bloques para la compilación de cartografía urbana. En resumen, la red utilitaria permitiría prescindir de apoyo para las series cartográficas de base y reduciría notablemente los trabajos de apoyo en el caso de muy grandes escalas (1 : 1000 y 1 : 500). Asimismo, mejoraría y controlaría la calidad métrica del conjunto de los productos cartográficos. Más adelante se verá que la flexibilidad del método fotogramétrico de densificación permite aumentar la densidad de la red sin esfuerzo adicional importante.

En la elección de los procedimientos de observación de la red hay que considerar no sólo las características técnicas que ésta debe reunir (densidad y precisión) sino también las características del territorio en que va a materializarse. A su vez, densidad y precisión sólo pueden definirse después de haber evaluado la *demanda geodésica* en las distintas partes del territorio. Sobre estos puntos, ya se pueden hacer primeras consideraciones. En líneas generales, la sociedad catalana es urbana e industrial. Además, la propiedad del suelo está muy fragmentada. Finalmente, Cataluña es un país denso pero desigualmente poblado, con un territorio morfológicamente complejo (figuras 1 y 2). La futura red utilitaria deberá responder, pues, a exigencias cualitativas y cuantitativas

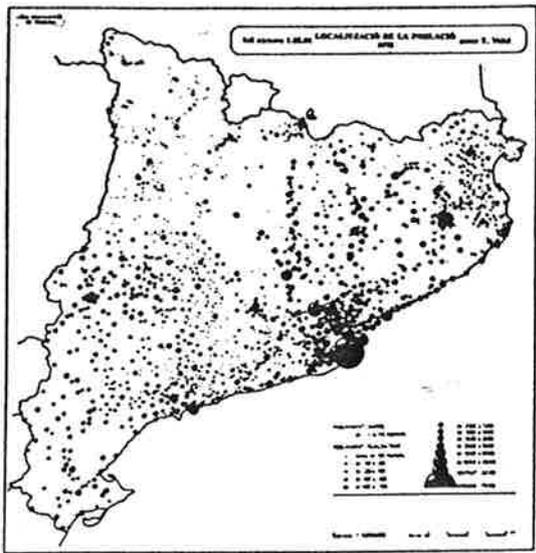


Figura 1: Desequilibrio demográfico. Mapa de localización de la población según Tomàs Vidal Bendito. Fuente: Atlas sòcio-econòmic de Catalunya, Caixa d'Estalvis de Catalunya.



Figura 2: Complejidad morfológica. Mapa de las grandes unidades del relieve según Lluís Solé Sabarís. Fuente: Geografia de Catalunya, Ed. Aedos.

importantes, desigualmente repartidas, en el escenario de un terreno poco propicio a las técnicas de observación terrestres convencionales.

Otro condicionante de la red utilitaria es el estado y la calidad de la ROI, de la que la aquella hereda algunos parámetros. En este artículo no se discute en profundidad este tema. Por otra parte, la experiencia y las expectativas de utilización del GPS cuestionan, incluso en Europa [4, 5], el conjunto de los procedimientos de densificación geodésica. El autor reconoce la validez relativa de las conclusiones de este artículo frente al desarrollo de las técnicas basadas en el GPS durante los próximos años.

2 CARACTERÍSTICAS DE LA RED UTILITARIA

El primer paso en la definición de las características técnicas que debe reunir la futura red utilitaria, consiste en fijar la densidad y la precisión necesarias partiendo de las previsiones de utilización disponibles.

En última instancia, tales características serán impuestas de entre todos los trabajos que se apoyen en la red, por aquellos más exigentes. En su mayor parte son proyectos cartográficos a grandes escalas, para la ingeniería y, la cartografía y el catastro urbanos. A diferencia de las redes fundamentales, ni la densidad, ni la precisión exigibles a la red tienen que ser necesariamente uniformes para el conjunto del territorio. Esta afirmación se basa en argumentos ya apuntados en la sección 1 y, en general, resulta de valor del suelo y complejidad topográfica variables. Un ejemplo particular en el que las especificaciones de diseño de la red reflejan exigencias de calidad y densidad variables se halla en [23, pp. 11 y 88] y en [19]

Clase	Zonas	error máx. en cm		densidad: v./Km ²
		H (ΔX)	V (ΔZ)	
I	urbanas	2	2	4
II	agrícolas	3	4	2 - 3
III	montañosas	4	6	2

Núm. de vértices \approx 70000 Superficie \approx 41000 Km²

Tabla 1: La red suiza de cuarto orden.

para la red de cuarto orden suiza. Una discusión análoga para el catastro se encuentra en [7]. En la tabla 1 se reproducen los parámetros característicos de la red suiza según Matthias *et al.* [23, pp. 11 y 88] y el número de vértices según Kauter [19].

En [19] se da una clasificación más fina, en cuatro clases, para el establecimiento de especificaciones de observación más acordes con el valor del suelo:

- regiones con valor del suelo muy elevado y alto nivel de explotación,
- pequeñas ciudades y nivel de explotación bajo,
- explotaciones agrícolas y bosques,
- pastos de montaña y bosques.

En la actualidad, la determinación de un sistema de valores análogos a los de la tabla 1 es tema de discusión en el ICC. La primera parte de este artículo es una aportación a ella. Se pueden deducir tablas similares a la 1 repasando los requerimientos de la cartografía a grandes escalas ($e, e > 1 : 20000$), para conocer:

- las escalas más solicitadas,
- las correspondientes tolerancias,
- la funcionalidad de la red respecto los dos requerimientos anteriores.

Después se tendrán que trasladar las tolerancias a la red geodésica, teniendo presente:

- cómo se elabora la cartografía a partir de la hipotética red utilitaria,
- cómo se propaga el error en general y, en particular, qué margen de error dejan los procedimientos de compilación del mapa a la red.

Finalmente es necesaria una clasificación del territorio para determinar la distribución de los distintos niveles de precisión y densidad fijados en los puntos anteriores.

2.1 Requerimientos cartográficos

En la tabla 2 se da un resumen de las tolerancias encontradas en pliegos de condiciones para series cartográficas a gran escala. Los valores disponibles son dispares. En ocasiones son de interpretación difícil. En alguna de ellas, se detectan inconsistencias de tipo estadístico (comparar las tolerancias para cotas interpoladas y cotas observadas especificadas en *Urbana 3*). En otras [22] se dan tolerancias para el mapa y especificaciones para su confección que resultan insuficientes porque no se contempla la extensión del control por medio de triangulación aérea. De la inspección de la tabla 2 y de los pliegos de condiciones se constata que

- la normativa es, en general, deficiente y en algunos casos no existe,
- la normativa es de interpretación difícil y, a veces, imposible,
- no existen especificaciones para la comprobación de los trabajos, algo tan importante o más que las propias especificaciones de elaboración,
- la deducción de tolerancias para la red es difícil, así como la realización de eventuales controles de calidad o auditorías técnicas.

Es interesante revisar las tolerancias de otros países. De acuerdo con Hake [17, p. 255 y 256] la tolerancia horizontal para las series 1:5000 en la RFA es de .15 mm (nivel $1-\sigma$) sobre el mapa. En [27] se da el valor .2 mm para la cartografía elaborada por el IGN-Francia. De la información disponible la más completa es la recogida en [24] para la cartografía técnica, y en [1] y [25] para los mapas topográficos a gran escala de los EEUU. De las tres referencias anteriores es destacable

- el carácter abierto de la propuesta: [1] y [25] son propuestas elaboradas por comités de expertos que se someten a la valoración y consenso del resto de la comunidad técnica (cartógrafos, fotogrametristas, geodestas, topógrafos, etc.),
- la definición concisa y clara de estándares de precisión y exactitud,

- la definición de distintas categorías de calidad cartográfica (mapas de clase A, B, ...),
- las correspondientes especificaciones de control de calidad que se basan en [11], donde se clasifican y regulan los procedimientos de determinación de coordenadas.

En la tabla 3 se resumen las tolerancias propuestas en [24, 1,25], que en planimetría son menos exigentes que las europeas pero que están encuadradas en un sistema coherente y completo de normas.

Algo que no debe ser pasado por alto y que reclama la atención y actuación pertinente de las instituciones responsables es la necesidad de disponer de un conjunto de normas y especificaciones cartográficas y geodésicas, amplias y claras. En ausencia de estas normas los datos de la tabla 2 constituyen el único punto de referencia. De la misma tabla se concluye que las tolerancias exigidas en la elaboración del catastro urbano son las más estrictas y que debido a los trabajos de ingeniería se puede esperar una demanda de cartografía a escala 1 : 1000 en cualquier parte del territorio. Por ello y para fijar las ideas en la discusión sobre la precisión de la red, se tomarán como tolerancias las del catastro. Esto conduce a los siguientes valores de precisión sobre el terreno para un mapa a escala 1 : 500,

$$\sigma_H < 4.7 \text{ cm}, \sigma_V < 7.6 \text{ cm}, \quad (1)$$

donde σ_V se aplica a cotas observadas directamente y no a cotas interpoladas a partir de las curvas de nivel, puesto que la consideración de tolerancias para estas últimas involucra otros factores como son la distribución de puntos del modelo digital y la morfología del terreno. Las tolerancias que se acaban de fijar son razonables: en [21, p. 254] se estima que la determinación de coordenadas de puntos bien definidos a partir de un vuelo a escala 1 : 3000 es $\sigma_H < 5 \text{ cm}, \sigma_V < 9 \text{ cm}$.

Por otra parte, y desde el punto de vista de la estructura territorial de Cataluña apuntada en la sección 1, parece razonable establecer una clasificación del territorio en 3 clases. La primera clase corresponde a zonas urbanas, industriales y turísticas donde el valor del suelo es alto. La segunda clase engloba las zonas agrícolas. El resto del territorio -bosques, prados, pastos, etc.- se agrupa en la clase 3. Esta clasificación es intencionadamente simple. Desde un punto de vista geográfico más riguroso sería quizás más adecuado establecer una clasificación en zonas urbanas (ciudades), urbanizables (zonas industriales y entorno de núcleos urbanos), agrícolas de regadío y, agrícolas de secano y bosque. Sin embargo, la propuesta inicial de tres clases parece suficiente desde el punto de vista cartográfico ya que se adapta bien a las escalas y a la intensidad con que éstas se solicitan: 1:500 (clase 1), 1:1000 (clase 2) y con menos frecuencia 1:1000 (clase 3). Admitiendo márgenes de error muy amplios se estima que la superficie de Cataluña se reparte entre estas tres clases según la tabla 4. Para la contrastación de los datos y más detalles ver [2, p. 204] y [9, p. 123].

La tabla 4 ya impone, implícitamente, condiciones mínimas a la futura red: densidad y calidad, deben ser

Tolerancia val que
0'error que el %!

$\sigma_H \rightarrow 1,676$

$\sigma_v \rightarrow 0,12$

Tipo de cartografía	Escala	Tolerancias					Error estándar		
		(X o Y) en el mapa	N	(Z) escala real	N	Tipo	σ_H	σ_v	
Catastro [22] (plano general)	1 : 5000	.2 mm	máx	.25 x I .50 x I	90% resto	i i	.093 mm	.15 x I	1/4
Ortofotomapa (ICC) I = 5 m	1 : 5000	.3 mm	99%	.33 x I	90%	i	.099 mm	.20 x I	1/5
Catastro [22] (plano de inf. urbanística)	1 : 2000	.2 mm	máx	.25 x I .50 x I	90% resto	i i	.093 mm	.15 x I	1/2
Ingeniería (ICC)	1 : 2000	.2-4 mm	X	-	-	-	-	-	-
Catastro [22] (plano parcelario)	1 : 1000	.2 mm	máx	.25 x I .50 x I	90% resto	i i	.093 mm	.15 x I	1/7
Ingeniería (ICC)	1 : 1000	.2-4 mm	X	-	-	-	-	-	-
Urbana (IGN) [18]	1 : 1000	.3 mm .7 mm	70% resto	-	-	-	.16 mm	-	-
Catastro [22] (plano parcelario)	1 : 500	.2 mm	máx	.25 x I .50 x I	90% resto	i i	.093 mm	.15 x I	1/2
Urbana (1) I = .5 m	1 : 500	.25 mm .50 mm	90% resto	.50 x I .25 x I	90% 90%	i o	.12 mm	.30 x I .15 x I	1/3
Urbana (2) I = 1 m	1 : 500	.80 mm	90%	.25 x I 1.0 x I .12 x I .25 x I	90% resto 90% resto	i i o o	.37 mm	.15 x I .07 x I	-
Urbana (3) I = .5 m	1 : 500	.25 mm .50 mm	90% resto	.50 x I .80 x I .30 x I .60 x I	90% resto 90% resto	i i o o	.12 mm	.30 x I .24 x I .18 x I	-
Ingeniería [21, p. 253]		.40 mm	90%	-	-	-	.19 mm	-	-

I: equidistancia entre curvas de nivel
i: cotas determinadas por interpolación
máx: interpretado en el sentido de 90% N
(1,2,3): diversos pliegos de condiciones técnicas a los que se ha tenido acceso

N: nivel de confianza
o: cotas observadas
resto: no interpretado

Tabla 2: Series cartográficas a gran escala y tolerancias.

$0,3 \text{ mm} \times 5000 = 1,5 \text{ mm}$ 99% $2,50 = 1,5$
 $\sigma = 0,6 \text{ mm}$

4

$5/3$ 90% = $1,66 = 1,650$ $\sigma = 1 \text{ mm}$

Tipo de cartografía	Escala	Tolerancias (CMAS) (X o Y) en mm sobre el mapa	Tolerancias (VMAS) (Z), en fracciones de la equidistancia de curvas I
Mapas para trabajos de ingeniería	1 : 500 - 1 : 20000	.52 - .86 recomendada: .64	.5 × I
Mapas topográficos a gran escala	1: 500 - 1 : 20000	.54 (.64 en [31])	cotas interpoladas: .55 × I cotas observadas: .27 × I
<p>CMAS y VMAS se aplican al 90% de los casos y, por tanto $\sigma_H = \frac{CMAS}{2.16}$ y $\sigma_V = \frac{VMAS}{1.64}$</p> <p>El error máximo se trata como tolerancia en el 99% de los casos</p>			

Tabla 3: Tolerancias para la cartografía en los EEUU.

Clase	Superficie	Porcentaje	Escala
1	4000 Km ²	12.5	1:500
2	10000 Km ²	31.3	1:1000
3	18000 Km ²	56.2	"1:1000"

Tabla 4: Clasificación del territorio según criterios cartográficos.

tales que permitan el apoyo directo de bloques de aerotriangulación de vuelos fotogramétricos para restitución de cartografía a las escalas 1:500, 1:1000 en las zonas de clase 1 y 2 respectivamente; en las zonas de clase 3 la calidad de la red debe mantenerse pero la densidad puede ser menor.

Resumiendo, la calidad métrica de la red utilitaria debiera permitir la realización de cartografía a escala 1:500 en las zonas catalogadas como de clase 1 y a escala 1:1000 en el resto del territorio. Lo mismo vale para la densidad de la red, que debiera permitir —siempre con el atenuante del recurso a la triangulación aérea— el apoyo directo de los trabajos de confección de mapas topográficos a escala 1:500 (clase 1) y a escala 1:1000 (clases 2 y 3). En las zonas de clase 3, se podrían relajar ligeramente las condiciones de densidad, pero nunca en más de un 15 – 20% puesto que en tal caso se requiere una excesiva redensificación para satisfacer los requisitos de diseño del apoyo de los bloques, además de que la estructura de los bloques para proyectos de obra pública es muy variable y requiere una mayor densidad relativa de control.

Antes de entrar en los apartados de densidad y precisión de la futura red, conviene tener presentes los pasos a seguir en la obtención del apoyo para la compilación fotogramétrica de cartografía a grandes escalas. Según López-Cuervo [21, pp. 186-199] la determinación del apoyo fotogramétrico consta de dos fases: la obtención de la red básica que es, esencialmente, una red geodésica o topográfica y la obtención de la red de los puntos de apoyo propiamente dicha —puntos de apoyo de los modelos estereoscópicos (figura 3). La red básica es independiente de la geometría del bloque. En cambio, la red de apoyo tiene que contener todos los puntos que se utilizan en la orientación absoluta de los modelos inmediatamente antes de la restitución. La red básica se determina por triangulación, trilateración o poligonación y la red de apoyo por trisección inversa, radiación, intersección, etc. Además de estos procedimientos, es también muy frecuente la determinación de la red de apoyo a partir de la red básica por medio de la triangulación aérea. En tal caso, la geometría de la red básica no es independiente del bloque. Sin embargo, si la densidad de la red básica es suficiente tan sólo es necesaria la determinación de unos pocos puntos adicionales —en ocasiones ninguno— en la frontera del bloque. La exigencia formulada anteriormente de que la red utilitaria permita el apoyo directo de cartografía a cierta escala, hay que interpretarla en el sentido de que los vértices de la red básica puedan tomarse de la red utilitaria en su gran mayoría y que la determinación de la red de apoyo se realice por medio de aerotriangulación.

En las secciones 2.2 y 2.3 se ensaya la obtención de parámetros de densidad y precisión exigibles a la futura red mediante la propagación del error a través de las etapas de confección del mapa, que se supone elaborado por restitución fotogramétrica. En principio, no es posible

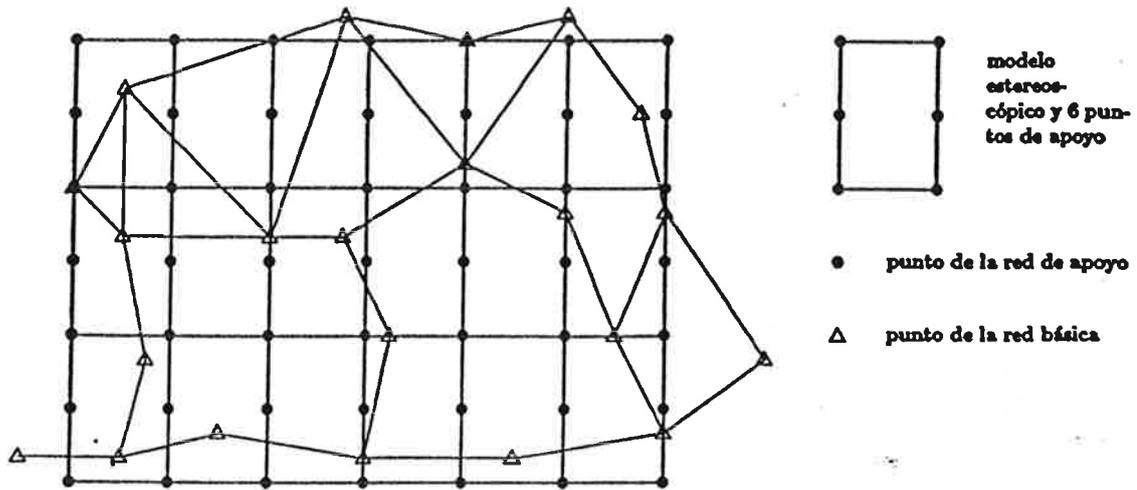


Figura 3: Redes básica y de apoyo en un bloque fotogramétrico.

tratar con rigor los requerimientos de densidad y precisión por separado [10]. Por otra parte, el número de parámetros variables es grande: escala del vuelo, distancia focal, método de transferencia de puntos, método de triangulación aérea, geometría del bloque y del apoyo, instrumento de restitución, etc. Para evitar un exceso de resultados, a lo largo de la discusión se considerarán las opciones más razonables y/o usuales, que son

- la compilación del mapa en instrumentos analíticos o analógicos de primer orden,
- la elaboración de la cartografía a escala 1 : 500 a partir de escalas aproximadas de vuelo de 1 : 3000 y focales de 150 mm, y
- la transferencia de puntos a partir de la croquización o preseñalización.

Todo esto, junto con la consideración de distancias fijas para el apoyo de los bloques que ya se precisarán, justifica el tratamiento diferenciado que se hace a continuación para inferir la densidad y la precisión de la red.

2.2 Densidad de la red

Uno de los requerimientos fijados es que la red debe permitir —en las zonas de clase 1— la aerotriangulación de bloques a escala 1 : 3000. Si se supone un recubrimiento del 60% x 60%, la base fotogramétrica (distancia entre los centros de proyección de fotogramas consecutivos) es del orden de los 280m. En bloques de estas características el perímetro suele apoyarse con una separación de 3 a 5 bases.

2.3 Precisión de la red

En base a las propiedades de homogeneidad e isotropía de las redes fotogramétricas y a la consideración de esquemas de apoyo regulares, se han desarrollado modelos teóricos sencillos [10] que permiten predecir el error de la aerotriangulación sin necesidad de efectuar simulaciones.

También existen modelos, aunque de carácter empírico, para describir el error en la etapa final de restitución del mapa [30]. El error global del proceso σ se acostumbra a estimar de forma aproximada como

$$\sigma = \sqrt{\sigma_1^2 + \dots + \sigma_n^2} \quad (2)$$

donde $\sigma_1^2, \dots, \sigma_n^2$ son los distintos errores correspondientes a las distintas fases de elaboración del mapa. A pesar de su extrema sencillez, el modelo es ampliamente utilizado [21, p. 253] y [3].

A partir de (2) se pueden obtener cifras aproximadas para la precisión de la red considerando

- $\sigma = \sigma^m$ precisión del mapa,
- $\sigma_1 = \sigma^r$ precisión de la red,
- $\sigma_2 = \sigma^e$ precisión de los puntos de apoyo obtenidos a partir de la red básica,
- $\sigma_3 = \sigma^c$ precisión del proceso de compilación del mapa a partir de los puntos de apoyo.

El resultado de substituir en (2) los valores anteriores conduce a la siguiente expresión para la precisión de la red

$$\sigma^r = \sqrt{\sigma^{m2} - \sigma^{e2} - \sigma^{c2}}. \quad (3)$$

La fórmula anterior debe ser aplicada a la deducción de la precisión horizontal y vertical por separado. Estimaciones similares a las de (2) y (3) se hallan en [20, pp. 341-343] y [3]. En (3) σ^m es la adoptada en (1), σ^e se tomará de los modelos sintéticos de precisión para redes fotogramétricas [10], y σ^c a partir de las características de los restituidores analíticos y analógicos de primer orden [30]. Con ello, se tiene

$$\bar{\sigma}_H^r = [.5 + .03n]\sigma; m_i, \quad \bar{\sigma}_H^e = [.4 + .015n]\sigma; m_i, \quad (4)$$

donde $\bar{\sigma}$ indica σ máxima y $\bar{\sigma}$ indica σ media. Análogamente, se tiene para la altimetría

$$\bar{\sigma}_V^r = [.5 + .38n]\sigma; m_i, \quad \bar{\sigma}_V^e = .32i\sigma; m_i. \quad (5)$$

En (4) y (5) se supone un bloque cuadrado (mismo número de imágenes por pasada que pasadas) con un recubrimiento del 60% x 60%; n es el tamaño del bloque en imágenes por pasada o pasadas; i es la distancia entre puntos de control vertical y m_i es el denominador de la escala de vuelo. En (4) se utilizan 16 puntos de control horizontal, equidistantes y dispuestos en el exterior del bloque. En (5) los puntos de control vertical constituyen una cuadrícula regular, en el interior y la frontera del bloque.

Para la obtención de σ^r se recurre a las tablas de factores C y S [3,30] o a sus equivalentes en tantos por mil de la altura de vuelo. Entonces

$$\sigma_v^r = \frac{t}{1000} H, \quad \sigma_H^r \approx \frac{2}{3} \sigma_v^r, \quad (6)$$

donde H es la altura de vuelo sobre el terreno y t es función del estereocomparador. Para restituidores analíticos $t \approx .05 - .06$ y para los analógicos de primer orden $t \approx .064 - .073$.

Si el recubrimiento es del 60% x 20% en lugar de 60% x 60%, las fórmulas (4) y (5) se convierten en

$$\sigma_H^e = [.6 + .06n] \sigma_i m_i, \quad \sigma_H^e = [.5 + .025n] \sigma_i m_i, \quad (7)$$

$$\sigma_v^e = [1.5 + .28i] \sigma_i m_i, \quad \sigma_v^e = [1.0 + .18i] \sigma_i m_i. \quad (8)$$

En este caso, la estructura del control vertical es distinta, lo que debe tenerse en cuenta al comparar σ_v^e y σ_v^r en (5) y (8). En este artículo se considera un recubrimiento del 60% x 60% que para cartografía urbana es en muchas ocasiones imprescindible para evitar oclusiones. Algo que también debe tenerse en cuenta es que existen otras distribuciones de control en planimetría [10] y que la red geodésica utilitaria constituye una densificación homogénea del territorio de forma que siempre se dispondrá de control -red básica- en el interior de los bloques.

Tipo	Area (1)	Tolerancias (cm)		Densidad (2)
		H (σ_H)	V (σ_v)	
1	12.5	3.5-4.5	5-6	1-1.4
2	31.3	6	8	1.4-2.5
3	56.2	6	8	2.5-3

Núm. de vért. \approx 8000-14000 Superficie \approx 32000 Km²
 (1): % de la superficie del territorio
 (2): distancia entre vértices (Km)

Tabla 5: La red utilitaria de Cataluña.

Utilizando (3), (4), (5) y (6), estamos en condiciones de establecer tolerancias para la red utilitaria o, en otras palabras, para la red básica de bloques fotogramétricos a escala 1 : 3000 para cartografía a escala 1 : 500. Los parámetros en las ecuaciones citadas se tomarán como

$$\begin{aligned} H &= 450 \text{ m,} \\ t &\approx .05 - .08, \\ m_i &= 3000, \\ i &= 4, n = 16, \text{ y} \\ \sigma_i &\approx 4 - 6 \mu\text{m.} \end{aligned}$$

Se tienen, por tanto, los siguientes valores para la precisión de la red

$$\sigma_H^e \approx 3.5 - 4 \text{ cm, } \sigma_v^e \approx 5 \text{ cm,} \quad (9)$$

donde de (4) se han usado los valores medios y no los máximos.

Es interesante contrastar las tolerancias de (9) con las recomendaciones sobre la precisión de la red básica que se hallan en la literatura. Según López-Cuervo [21, p.194] éstas son $\sigma_H^e < 7 \text{ cm}$ y $\sigma_v^e < 5 \text{ cm}$. En [8, p.394] la precisión requerida es de $\sigma_v^e < .1I$, lo que en nuestro caso proporciona $\sigma_v^e < 5 \text{ cm}$. Estos valores prueban que las tolerancias deducidas en (9) son razonables.

El resultado de las consideraciones hechas a lo largo de esta sección se resume en la tabla 5, que es una primera aproximación a la definición de la red utilitaria y cuyos parámetros se utilizarán como referencia en lo que resta de artículo.

3 CONSIDERACIONES GENERALES SOBRE LAS REDES FOTOGAMÉTRICAS

Una red fotogramétrica -o bloque- es una red geodésica 3 dimensional [33, pp.381-385]. El concepto de red fotogramétrica de haces de rayos y los métodos de cálculo que se aplican se remontan a los años cincuenta en que H.H.Schmid y D.C.Brown los desarrollaron y los aplicaron a la determinación de trayectorias, en ballística y en el seguimiento de satélites.

Entre 1966 y 1972 se observó una red fotogramétrica de unas 3800 imágenes [32] para la determinación de la primera red geodésica mundial 3 dimensional, alcanzándose una precisión mejor que 5 m [33, p.102]. En los años 70 se estableció el concepto de la autocalibración para la eliminación de los errores sistemáticos (sección 4) y se resolvió el problema de la organización de las ecuaciones resultantes con las estructuras tipo *banda-borde* (sección 5). Sin embargo, la popularización del método de haces en aerotriangulación ha tenido que esperar hasta principios de esta década ya que requiere instrumentos de observación y de cálculo sofisticados.

Es la aplicación de la teoría clásica de redes geodésicas a los datos fotogramétricos, junto con la modelización de sus errores sistemáticos lo que hace del método de haces un instrumento válido para la densificación geodésica. Ya en 1976 D.C.Brown lanzó la propuesta de la utilización de esta técnica para la densificación de redes geodésicas urbanas (separación entre vértices: 3-5 millas).

Es obligatorio citar los resultados de Grün [14], que demuestran la exactitud potencial del método fotogramétrico (2.6-2.7 μm en planimetría y 4.5-5.9 μm en altimetría) en condiciones similares a las de los entornos de producción así como la importancia de la modelización

de los errores sistemáticos (factores de mejora de hasta 2.7). Recientemente, el mismo autor [15,16] ha publicado resultados ligeramente superiores (2.1 y 4.1 μm). De especial interés son los de [16] para escalas de vuelo de 1 : 15000 que sobre el terreno son: 3.1 cm en planimetría y 6.1 cm en altimetría (exactitud estimada con puntos de comprobación determinados independientemente) y 2.1, 4.3 cm (precisión teórica obtenida después de invertir las ecuaciones normales).

4 MODELO MATEMÁTICO

El modelo funcional utilizado en las redes fotogramétricas de haces es simple y se limita a expresar que, en el momento de la exposición del fotograma, el punto objeto i , su imagen sobre el fotograma j y el correspondiente centro de proyección j se encuentran sobre una misma recta. Esta recta aproxima la trayectoria de la luz entre los tres puntos anteriores. Parte de los errores sistemáticos introducidos por este modelo simplificado se corrigen a priori, antes del cálculo. Se trata de la refracción atmosférica, o las distorsiones conocidas de la cámara. El resto de errores sistemáticos que todavía contaminan las observaciones se determinan simultáneamente al resto de parámetros, en el mismo ajuste de la red. Por esta razón se conoce al método como de haces con autocalibración y a las funciones de corrección de los errores sistemáticos como funciones de autocalibración. Los coeficientes de estas funciones se convierten en nuevas incógnitas del problema de ajuste y, por ello, reciben el nombre de *parámetros adicionales*. Se tiene, pues, el modelo

$$S_x(x_i^j, y_i^j) = -f \frac{u_1}{u_3}, \quad S_y(x_i^j, y_i^j) = -f \frac{u_2}{u_3} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} u_1 &= m_{11}^j(X_i - X^j) + m_{12}^j(Y_i - Y^j) + m_{13}^j(Z_i - Z^j), \\ u_2 &= m_{21}^j(X_i - X^j) + m_{22}^j(Y_i - Y^j) + m_{23}^j(Z_i - Z^j), \\ u_3 &= m_{31}^j(X_i - X^j) + m_{32}^j(Y_i - Y^j) + m_{33}^j(Z_i - Z^j), \end{aligned}$$

$$x_k = X_k, \quad y_k = Y_k, \quad z_k = Z_k, \quad (11)$$

donde (10) son las ecuaciones de colinealidad para las coordenadas imagen (x_i^j, y_i^j) del punto objeto i observado en la imagen j , y donde las ecuaciones (11) expresan que el punto k es un punto de control (fijo o con peso) de coordenadas conocidas (x_k, y_k, z_k) . En (10) S_x, S_y son las funciones de autocalibración de los errores sistemáticos. Se suele tomar la matriz de actitud en (10) como la traspuesta de la matriz de rotación del sistema de referencia imagen j .

El modelo estocástico (Gauss-Markov) es también simple. Se toma la matriz de covarianzas de las observaciones fotogramétricas como

$$Q_{ii} = \text{diag}(\sigma_i^2) \quad (12)$$

donde σ_i se estima a partir del instrumento de observación y del método de señalización, y la de los puntos

de apoyo de la red básica como

$$Q = \text{diag}(Q_{jj}) \quad (13)$$

donde Q_{jj} son submatrices 3×3 obtenidas en el ajuste de la red básica. En general, se desprecian las correlaciones entre los distintos puntos de la red básica. La consideración de la matriz de covarianzas en su totalidad, destruye la estructura diagonal de N_{11} y complica extraordinariamente la construcción de las ecuaciones normales reducidas (15) (ver sección 5).

5 ASPECTOS ALGORÍTMICOS

El ajuste de una red fotogramétrica se realiza en la forma habitual: linealización del modelo dado en la sección 4, estimación por mínimos cuadrados de las correcciones a las incógnitas y iteración. En un ajuste de haces convencional, en cada iteración, se forman las ecuaciones normales y se resuelven por métodos directos (e.g. descomposición de Cholesky). Si el subíndice 1 corresponde a las correcciones de las coordenadas de los puntos objeto (Δ_1), el 2 a las correcciones de los elementos de orientación de las imágenes (Δ_2), y el 3 a las de los parámetros adicionales de autocalibración (Δ_3), entonces las ecuaciones normales se escriben como

$$\begin{pmatrix} N_{11} & N_{21}^T & N_{31}^T \\ N_{21} & N_{22} & N_{32}^T \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 \\ R_2 \\ R_3 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

La conocida estructura dispersa (ver figura 4) de N_{11}, N_{21} y N_{32} se explota eliminando el grupo de incógnitas Δ_1 , lo que conduce a las ecuaciones normales reducidas

$$\begin{pmatrix} N_{22} - N_{21}N_{11}^{-1}N_{21}^T & N_{32}^T - N_{31}N_{11}^{-1}N_{21}^T \\ N_{32} - N_{31}N_{11}^{-1}N_{21}^T & N_{33} - N_{31}N_{11}^{-1}N_{31}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_2 - N_{21}N_{11}^{-1}R_1 \\ R_3 - N_{31}N_{11}^{-1}R_1 \end{pmatrix}, \quad (15)$$

qué son del tipo *banda-borde*. La etapa más costosa del ajuste es la solución del sistema de ecuaciones lineales (15) que pueden ser cargadas directamente sin tener que formar explícitamente (14).

Para la estimación de la precisión de los parámetros y sus correlaciones, se utilizan técnicas de inversión parcial de matrices dispersas. En el programa de haces desarrollado por el autor en el ICC se aplica el método descrito por Sarjakoski en [28]. Éste método junto con una organización adecuada de la matriz simbólica traspuesta de las ecuaciones normales conduce a tiempos de cálculo óptimos; es decir, de acuerdo con las previsiones que se desprenden del número de operaciones (tiempo de inversión $\approx 2 \times$ tiempo de factorización).

6 CONFIGURACIÓN DE LA RED FOTOGRAMÉTRICA

Exceptuando el coste, la calidad global de una red depende de la configuración y de la exactitud de las ob-

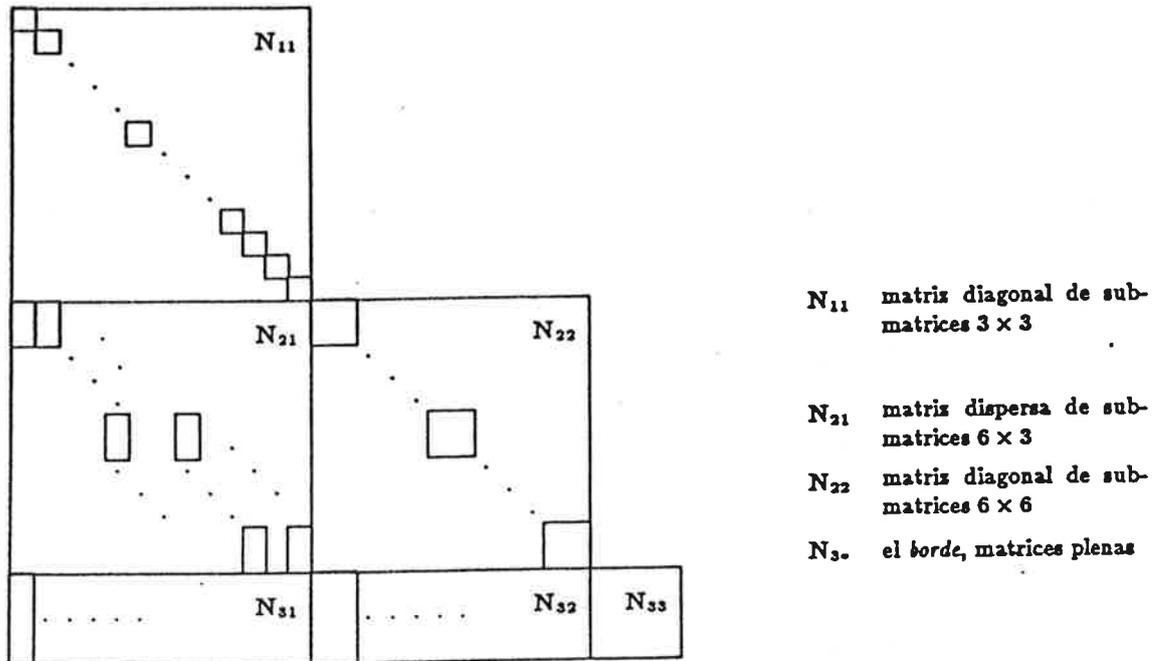


Figura 4: Estructura de las ecuaciones normales.

servaciones. En redes fotogramétricas la configuración se define esencialmente a través de los siguientes elementos:

- la escala;
- la distancia focal;
- el recubrimiento (la disposición relativa de los fotogramas);
- la distribución de las observaciones en el fotograma Y ;
- la distribución de los puntos de la red básica en el bloque.

Son, por ejemplo, factores de precisión local:

- la exactitud de las observaciones que intervienen en la determinación de un punto;
- el número y la disposición de los rayos correspondientes.

Son factores de fiabilidad local, además del último punto anterior, la estructura local de la red en el entorno de la observación afectada.

En bloques de triangulación aérea, a pesar de los numerosos factores citados, el número de configuraciones que en la práctica se utilizan es reducido. El recubrimiento longitudinal es del 80% o del 60%, y el transversal es del 60% o del 20%. Una situación similar se tiene para la distribución de las observaciones en el fotograma (3×3 o 5×5) y de los puntos de la red básica en el bloque (control horizontal en la periferia, y control vertical repartido uniformemente o en cadenas).

Esta estructura regular y repetitiva ha permitido la elaboración de modelos sintéticos de fiabilidad [13] o de tablas de aplicación general [12]. Los modelos sintéticos de precisión se han presentado en la sección 2.3 (4,5,8). A su vez, estos modelos permiten el diseño de la red sin recurrir a simulaciones. Sin embargo, los modelos anteriores se han establecido a partir de redes ideales, en las que los vértices se observan en todos los fotogramas que los contienen y coinciden con los puntos de von Gruber. Esto debe ser tenido en cuenta al diseñar la red y al efectuar el vuelo. En la figura 5 se muestra la distribución en el terreno de áreas de equimultiplicidad de observación para un recubrimiento del $60\% \times 60\%$. En la figura, se observa que el 100% del terreno queda recubierto por al menos 4 fotogramas, el 75% por 6 fotogramas y el 25% por 9. En el caso de recubrimientos del $80\% \times 60\%$, el 100% del terreno es visible en al menos 10 fotogramas y el 50% en 15. En cualquier caso, la libertad en el emplazamiento de los vértices es grande puesto que bastan 6 rayos para la determinación precisa de los vértices. Otra característica interesante de este tipo de redes es que configuraciones densas de vértices no requieren, esencialmente, más tiempo de cálculo que configuraciones mínimas ya que la estructura de las ecuaciones normales reducidas depende del número de fotogramas y de las conexiones entre ellos, que no varían al aumentar el número de puntos.

Recubrimiento lateral: 60%

Recubrimiento transversal: 60%

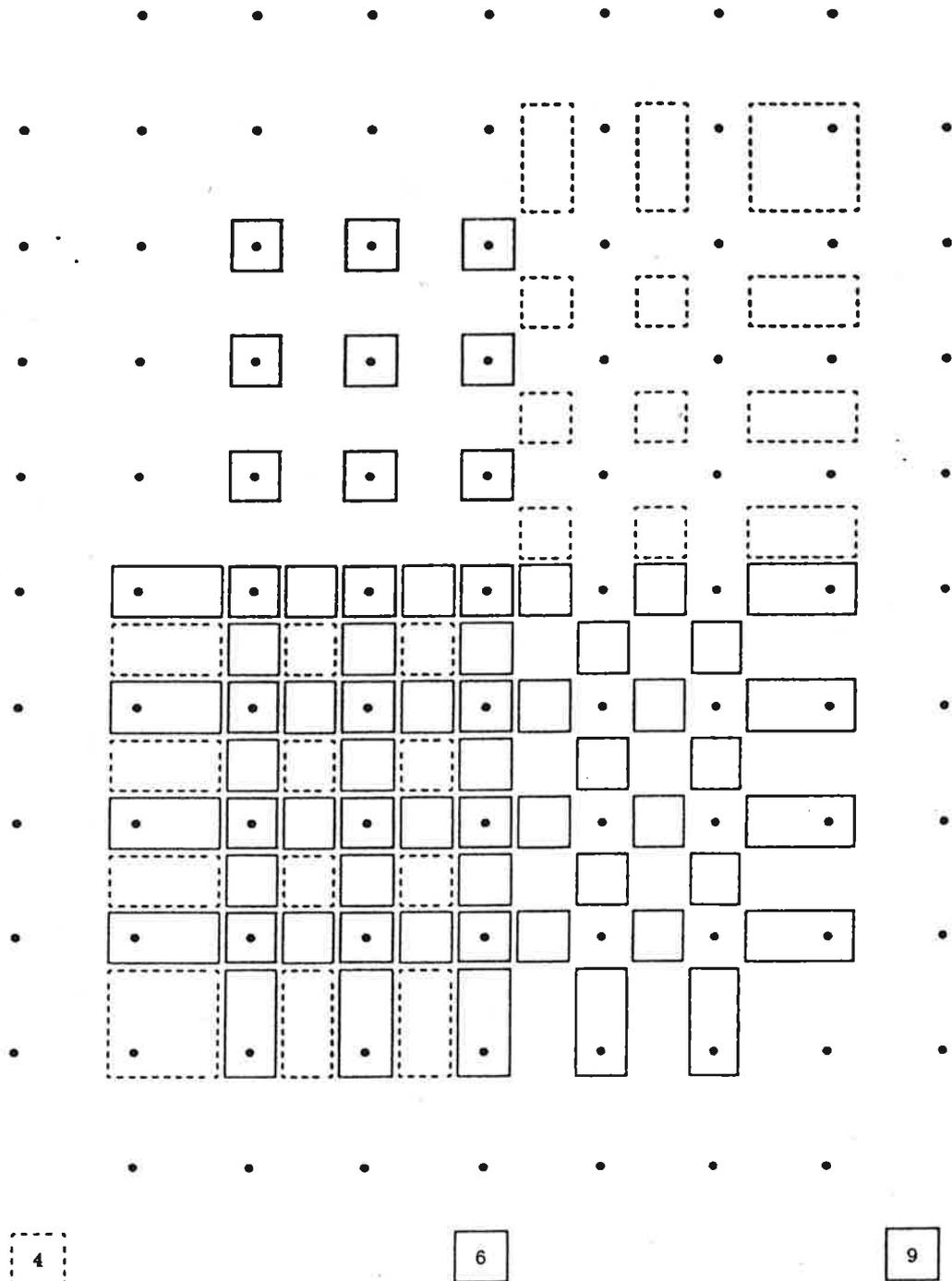
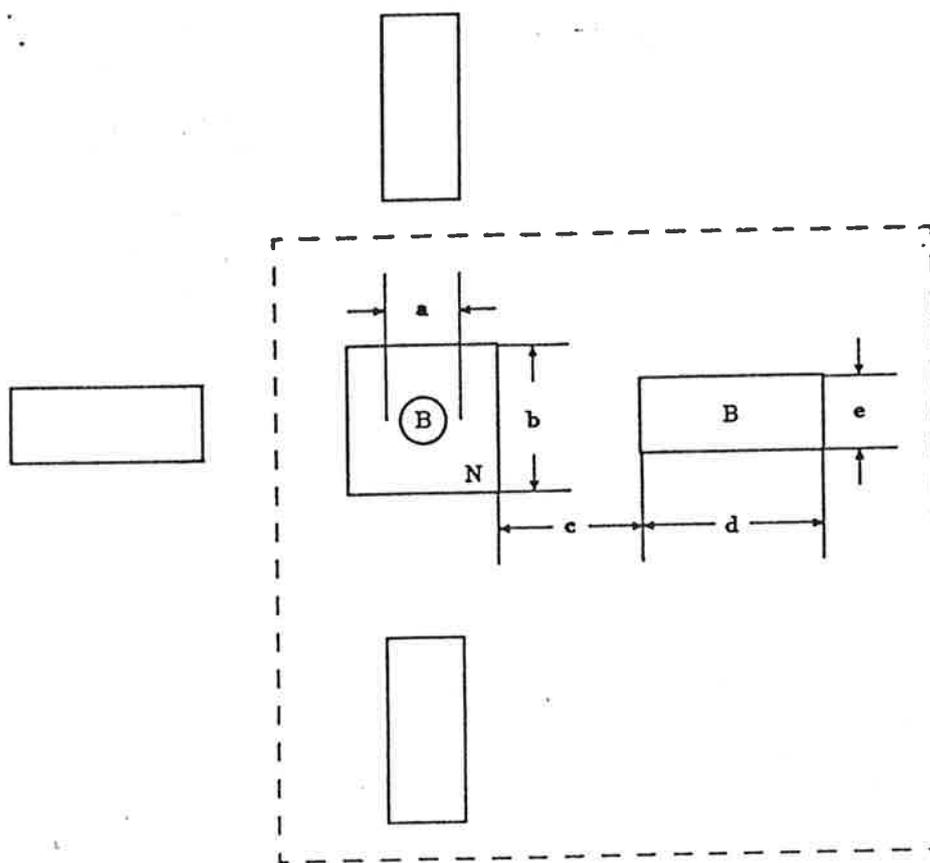


Figura 5: Áreas de equi-multiplicidad dentro del bloque. *



$a = 0.6 c(m_i)$
 $b = 1.2 c(m_i)$
 $c = 1.2 c(m_i)$
 $d = 1.5 c(m_i)$
 $e = 0.6 c(m_i)$

B: blanco.

N: negro.

- las unidades son metros.
- el recuadro define la configuración mínima de la señal.

Figura 6: Señal fotogramétrica de puntería.

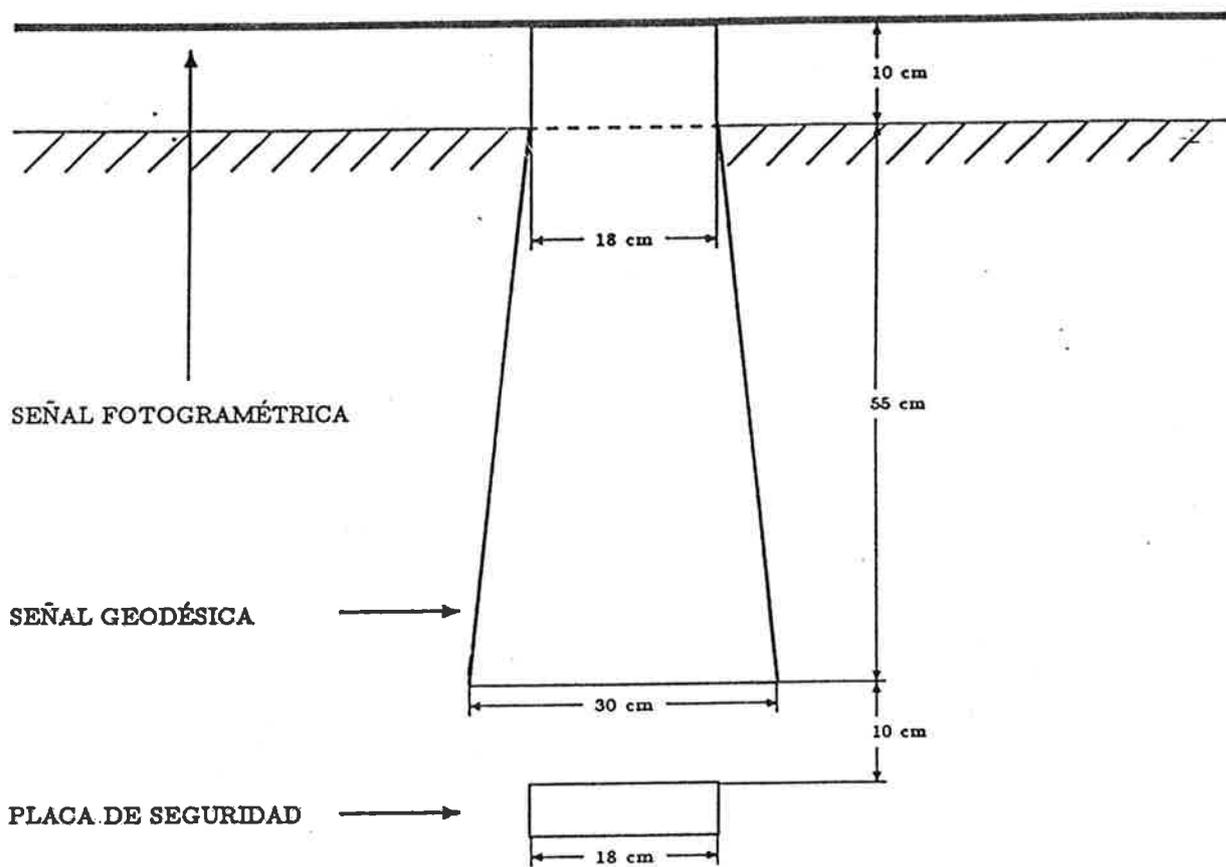


Figura 7: Señal fotogramétrica y señal geodésica.

7 LA PRUEBA PILOTO DE DENSIFICACIÓN DE CUARTO ORDEN

Como etapa previa a la densificación de la red geodésica, el ICC ha emprendido la realización de una experiencia piloto de densificación de redes utilitarias. El objetivo de esta prueba piloto es el análisis y la comparación de costes y resultados de los siguientes procedimientos de densificación:

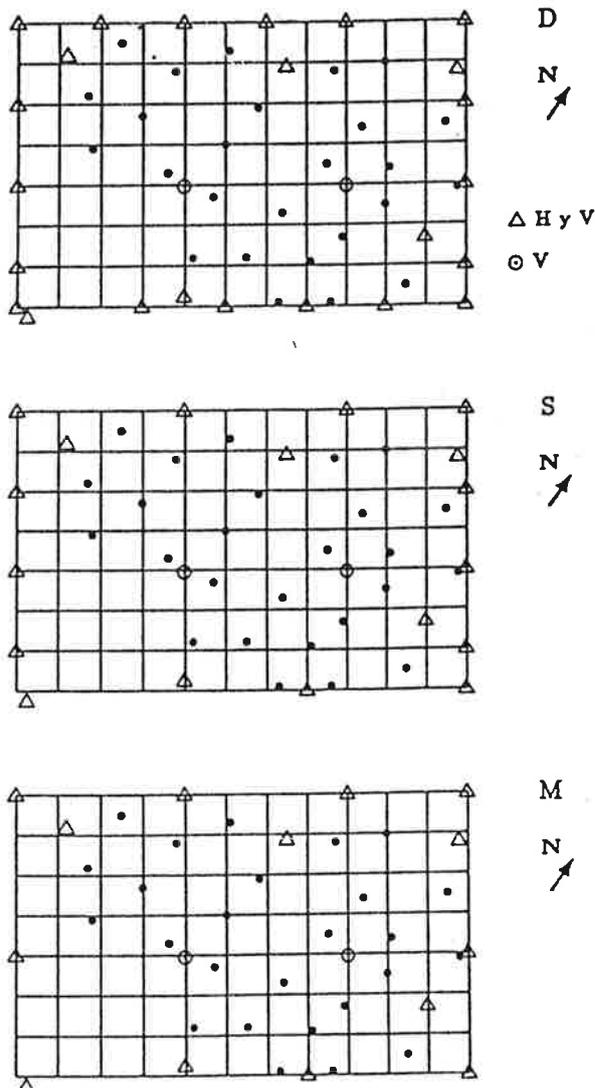


Figura 8: Configuraciones de la red básica.

- geodesia convencional (redes de triangulación, lateración y poligonación);
- fotogrametría de precisión (red de haces con auto-calibración);

- GPS (red 3 dimensional de diferencias de coordenadas).

La experiencia se llevará a término en la comarca del Vallès Oriental, dentro de un rectángulo de unos 10 Km × 17 Km que contiene 6 vértices de la red geodésica ROI de Cataluña. Se trata de una zona que permitirá evaluar los tres procedimientos en condiciones representativas del resto del territorio.

La red geodésica convencional consistirá en unos 40 vértices entre los que se observarán direcciones, distancias y distancias cenitales. También se realizará una nivelación local de precisión. Cinco de los vértices son de apoyo y pertenecen a la ROI.

Las dificultades para materializar el diseño efectuado en gabinete, detectadas en la etapa de reconocimiento del terreno (problemas de intervisibilidad, zonas de bosques,...) a un coste razonable y sin impacto en el paisaje, han conducido a considerar también la poligonación de precisión.

La red fotogramétrica se describe en la sección siguiente. Constará de unos 170 puntos entre los que se hallan los 35 nuevos vértices de la red geodésica anterior, 6 vértices de la ROI y unos 20 vértices adicionales de apoyo. La red GPS constará de unos 60 vértices entre los cuales se cuentan los 35 vértices ya mencionados, los de la ROI de la zona, y los puntos adicionales de apoyo de la red básica del bloque fotogramétrico.

Los 35 vértices de la red geodésica convencional son, pues, comunes a las tres redes y se utilizarán para la comparación de coordenadas. Para ello, se fijarán señales de puntería fotogramétrica -dianas y elementos auxiliares de localización- sobre las señales geodésicas (figuras 6 y 7). La misma señal geodésica se someterá a estudio a pesar de ser utilizada para este tipo de trabajos en algunos países europeos (ver, por ejemplo, [23, pp.24-28]) y en algunos proyectos similares en Cataluña.

8 LA RED FOTOGRAMÉTRICA Y RESULTADOS DE LAS SIMULACIONES

De acuerdo con la jerarquía de parámetros de configuración de la red sugerida en la sección 6, hay que empezar fijando la escala aproximada de las imágenes. Para este proyecto se ha considerado la menor escala posible de acuerdo con los resultados empíricos de precisión presentados en [16] y las tolerancias de la tabla 5. La escala m ; viene, pues, dada por una de las relaciones

$$2.1 \mu\text{m}/m; \approx 4.5 \text{ cm}, \quad (16)$$

$$4.1 \mu\text{m}/m; \approx 6 \text{ cm}. \quad (17)$$

En este caso, y en general en fotogrametría, el factor que determina la escala es la altimetría. De la ecuación (17) se tiene

$$m; \approx 1 : 15000.$$

La distancia focal es de 152 mm por razones de disponibilidad en el ICC. Todos los resultados de las referencias citadas son válidos para este tipo de distancias focales.

Comunes		Variables		
f	152 mm	Bloque	n_{A_0}	n_0
h_f	2280 m			
s	1:15000	D	18 + 6	2
n_0	8	M	11 + 6	2
n_i	12	S	8 + 6	2
n_p	172			
n_f	6.2	Bloque	σ_A	σ_0
σ_i	2.5 μ m			
p	60%	P0	.001 m	.001 m
q	60%	P4	.04 m	.04 m
		P8	.08 m	.08 m
		P12	.12 m	.12 m

f : distancia focal
 h_f : altura de vuelo
 s : escala de imagen
 n_0 : número de pasadas
 n_i : id. de imágenes por pasada
 n_p : número de puntos de la red
 n_f : multiplicidad promedio
 σ_i : precisión de las obs. fotogr.
 p : recubrimiento longitudinal
 q : recubrimiento transversal
 n_{A_0} : núm. de vért. de la red básica (planimetría y altimetría)
 n_0 : id. (sólo altimetría)
 σ_A : precisión de la red básica (planimetría)
 σ_0 : id. (altimetría)

Tabla 6: Parámetros de las simulaciones.

El recubrimiento para aplicaciones de alta precisión debe ser del 60% x 60%, o del 80% x 60%. Aunque el vuelo se realizará con este último recubrimiento para poder comparar los resultados en los dos casos, las simulaciones han sido realizadas para el 60% x 60%; suficiente para un estudio de viabilidad.

La red básica la constituyen los 6 vértices de la red geodésica que se encuentran dentro del perímetro del bloque, así como vértices adicionales en la frontera del bloque (planimetría y altimetría) y en el interior (altimetría). Mientras que los seis vértices de la red básica que pertenecen a la red geodésica se han utilizado en todas las simulaciones, para los vértices adicionales se han considerado tres configuraciones distintas (figura 8): D (24 vértices horizontales y verticales, y 2 verticales); M (17 y 2); y S (14 y 2). A su vez, las simulaciones basadas en las 3 configuraciones anteriores han sido realizadas asignando distintas precisiones a la red básica: P0 (vértices fijos); P4 ($\sigma = 4$ cm); P8 ($\sigma = 8$ cm); P12 ($\sigma = 12$ cm). Con ello, se pretende un acercamiento de los resultados a la realidad de la red. Por otra parte, la simple simulación de la red apoyada en puntos fijos libres de error es algo ya estudiado [10]. Puesto que el ICC no dispone de las observaciones de la red geodésica de Cataluña, ni tampoco de una compensación con inversión de las ecuaciones normales, se han considerado los tres casos P4, P8 y P12.

La precisión de las observaciones fotogramétricas se ha tomado como $\sigma_i = 2.5 \mu$ m que es lo que obtiene con preseñalización y posterior observación en un estereocomparador analítico. En la tabla 6 se describen todos los parámetros de la simulación.

De la tabla de resultados 7 se concluye que la calidad de la red básica -la red geodésica nacional- condiciona:

- el coste de realización de la red utilitaria (a menor precisión se requiere una predensificación mayor);
- la propia realización de la red utilitaria (si se pretende georeferenciar las series cartográficas a gran

escala y respetar las tolerancias métricas).

	P0	P4	P8	P12
D	1.8	2.2	3.1	4.1 *
	3.4	4.3	5.7*	7.1 **
S	1.8	2.4	3.5 *	4.7 **
	3.6	4.6	6.0 *	7.5 **
M	1.9	2.6	3.8 *	5.2 **
	3.8	4.8	6.3 **	7.8 **
σ_H	unidades en cm			
σ_V	redundancia = .49			
* : en el límite				
** : fuera de tolerancias				

Tabla 7: Resultados de las simulaciones.

Los resultados de la tabla 7 son sólo orientativos debido a que el ICC no dispone de las observaciones de la red geodésica y a la propia simplicidad del modelo estocástico utilizado en las simulaciones (ver sección 4). Es necesario realizar estudios en que se considere de forma rigurosa la influencia de la red de orden inferior en la de orden utilitario. Condición indispensable para ello es la colaboración de todas las instituciones implicadas.

9 CONCLUSIONES

Los experimentos realizados por la ISPRS [14] para distintas escalas y los descritos en [15,16] a 1 : 15000, demuestran la validez de la triangulación aérea (método de haces con autocalibración) como técnica de densificación geodésica. A las redes fotogramétricas se aplican

las técnicas de análisis usuales para los estudios de precisión, exactitud y fiabilidad. Con ello se garantiza la calidad de la red.

El método es flexible en lo que se refiere a la ubicación de los vértices -no existen limitaciones de intervisibilidad o accesibilidad- con lo que se adapta a zonas de morfología compleja. Y es poco sensible al aumento del número de vértices que no supone aumento apreciable del tiempo de cálculo ni de observación.

Puntos críticos del método son: la necesidad de densificación en altimetría, la dificultad de detección de errores groseros en las coordenadas de los vértices de la red básica -situación que se supone improbable tratándose de la red geodésica- y los efectos del vandalismo en las señales de puntería.

Se puede afirmar que donde se requiere una red utilitaria también se requiere cartografía de base a escala 1 : 5000. En estas condiciones, es especialmente atractiva la combinación del proyecto de densificación de cuarto orden con el proyecto de producción de cartografía de línea a escala 1 : 5000 en el que los costes extras de establecimiento de la red se reducirían a la señalización. La escala de vuelo 1 : 15000 se adapta bien a un proyecto mixto de estas características.

En la sección 1 se reconocía la validez relativa de las conclusiones frente al desarrollo del GPS en el futuro próximo. No se pueden olvidar, sin embargo, dos campos de investigación muy activos como son la correlación digital de imágenes y la utilización del GPS en modo cinemático para la determinación de los parámetros de orientación de las imágenes. Características de estas técnicas son, respectivamente:

- la alta precisión en las observaciones fotogramétricas ($\sigma < .05 \text{ pixel}$);
- la reducción drástica de puntos de control (factor 10), y el aumento de precisión y fiabilidad de la red.

Con ello, todo proyecto cartográfico a partir de escalas de vuelo grandes se convierte en un *potencial* proyecto de densificación sin otro coste adicional que el de la señalización.

Está en las manos de las instituciones responsables y sus técnicos el valorar, en cada situación, las distintas alternativas de densificación para adoptar soluciones equilibradas desde el punto de vista de la calidad y del coste.

10 REFERENCIAS

- [1] American Society of Photogrammetry, 1985. Accuracy specification for large-scale line maps. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 51, pp. 195-199.
- [2] *Anuari Estadístic de Catalunya 1986*, 1987. Consorci d'Informació i Documentació de Catalunya. Barcelona.
- [3] Balce, A.E., 1987. Determination of optimum sampling interval in grid Digital Elevation Models (DEM) data acquisition. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 48, pp. 323-330.
- [4] Bordley, R.F., 1988a. Ordnance Survey positioning services. Artículo presentado al CPD Seminar, University of Newcastle.
- [5] Bordley, R.F., 1988b. Experience of the Ordnance Survey with GPS surveying. Artículo presentado al GPS Seminar, University of Nottingham.
- [6] Brown, D.C., 1976. Densification of urban geodetic nets. Artículo presentado a la Convención Semianual de la ASP-ACSM, Seattle, Washington.
- [7] Burtch, R., 1983. Cadastral accuracy standards. Artículo presentado a la Convención Anual de la ASPRS-ACSM, Washington D.C.
- [8] Combs, J.E., 1980. Planning and executing the photogrammetric project. En *Manual of photogrammetry*. American Society of Photogrammetry, Falls Church, Virginia.
- [9] Direcció General de Política Territorial, 1984. *Catàleg de mapes*. Generalitat de Catalunya, Barcelona. (Quaderns del Servei d'Informació Territorial de Catalunya 3).
- [10] Ebner, H., Krack, K. y Schubert, E., 1977. Genauigkeitsmodelle für die Bündelblocktriangulation. *Bildmessung und Luftbildwesen*, Vol. 45, pp. 141-148.
- [11] Federal Geodetic Control Committee, 1984. *Standards and specifications for geodetic control networks*. National Geodetic Survey, NOAA, Rockville.
- [12] Förstner, W., 1985. The reliability of block triangulation. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 51, pp. 1137-1149.
- [13] Grün, A., 1980. Internal reliability models for aerial bundle systems. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 23, Comm. III, pp. 272-283.
- [14] Grün, A., 1982. The accuracy potential of the modern bundle block adjustment in aerial photogrammetry. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 48, pp. 45-54.
- [15] Grün, A., 1986. Projekt "Uster" - ein Beispiel moderner photogrammetrischer Punktbestimmung. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, Vol. 4-86, pp. 136-141.
- [16] Grün, A. y Runge, A., 1987. Projekt "Heinsenberg" - Präzisionsphotogrammetrie im Gebirge. *Vermessung, Photogrammetrie, Kulturtechnik*, Vol. 2-87, pp. 271-276.
- [17] Hake, G., 1982. *Kartographie*. Walter de Gruyter, Berlin, etc.
- [18] Instituto Geográfico Nacional, 1982. Normas para la realización de la cartografía urbana a escala 1 : 1000. Instituto Geográfico Nacional, Madrid.
- [19] Kauter, B., 1987. The swiss cadastre and the district surveyor. *The Canadian Surveyor*, Vol. 41, pp. 541-553.

- [20] Kraus,K., 1987. *Photogrammetrie, Band 2: Theorie und Praxis der Auswertesysteme*. Dümmler, Bonn.
- [21] López-Cuervo,S., 1980. *Fotogrametría*. Paraninfo, Madrid.
- [22] Ministerio de Hacienda, 1981. Pliego general de condiciones económico-administrativas y técnico-facultativas que habrán de regir necesariamente para la contratación por los consorcios para la gestión e inspección de las contribuciones territoriales, o por las corporaciones locales, de los trabajos para la formación, conservación y revisión del catastro urbano. *Boletín Oficial del Ministerio de Hacienda*, 1981, pp. 2700-2731.
- [23] Matthias,H.J., Kasper,P. y Schneider,D., 1983. *Ämtliche Vermessungswerke, Band 2: Triangulation IV.Ordnung*. Sauerländer, Aarau.
- [24] Merchant,D.C., 1983. Engineering map accuracy standards and testing. En *Map uses, scales and accuracies for engineering and associated purposes*. American Society of Civil Engineers, New York. pp. 63-91.
- [25] Merchant,D.C., 1987. Spatial accuracy specifications for large scale topographic maps. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 53, pp. 958-961.
- [26] Regidor,J.,Nuñez-García,A. y Martínez,F.M., 1986. Densificación de cuarto orden.
- [27] Rosso,R, 1979. Qualite geometrique des images des capteurs a balayage. En *Cartographie Spatiale de la Terre*. Cours de Technologie Spatiale, Toulouse.
- [28] Sarjakoski,T., 1984. On sparse matrix techniques for computing weight coefficient matrices. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 25, Comm. III, pp. 945-953.
- [29] Stoughton,H.W., 1983. Photoidentification for photogrammetric mapping. American Association for Geodetic Surveying, Falls Church. (Monograph, N. 1).
- [30] Thorpe,J.A., 1984. CPS: Computed photo scale. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 50, pp. 1565-1569.
- [31] United States Geological Survey, 1986. Large-scale mapping guidelines. ASPRS y ACSM, Falls Church.
- [32] Swanson,L.W., 1984. The development of geometric satellite triangulation and field operations. *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol. 50, pp. 1333-1340.
- [33] Vaniček,P. y Krakiwsky,E., 1986. *Geodesy: the concepts*. 2 ed. North-Holland, Amsterdam, etc.