

AEROTRIANGULACIÓN CON APOYO AÉREO CINEMÁTICO GPS

A.Térmens, J.Talaya, I.Colomina, M.Hernández-Pajares
 Institut Cartogràfic de Catalunya
 Balmes, 209-211
 08006 Barcelona

Resumen

El ajuste combinado de observaciones fotogramétricas y observaciones —posiciones— de puntos de apoyo aéreos determinados con GPS en modo cinemático posibilita la triangulación aérea con configuraciones de apoyo terrestre mínimas.

En el artículo se discuten los principios de posicionamiento cinemático GPS, los principios de la aerotriangulación apoyada en los centros de proyección y la integración de ambos principios en el marco tecnológico actual. En particular, se discute la solución de los principales problemas que se presentan en la realización práctica del concepto (configuración de los satélites, condiciones de los aeropuertos, maniobras del avión fotogramétrico, etc.). Se describen los modelos sintéticos de calidad desarrollados en los cuatro últimos años para redes fotogramétricas con apoyo aéreo cinemático y se presentan los resultados del conocido *Test de Flevoland* (Holanda) y del reciente *Test d'Urgell* organizado por el *Institut Cartogràfic de Catalunya* (ICC).

1 Introducción

Hoy, prácticamente todos los aspectos del posicionamiento geodésico están recibiendo la influencia del *Global Positioning System* (GPS).

Gracias a la capacidad de la tecnología GPS de proporcionar posiciones en modo cinemático, se ha realizado la vieja aspiración de la fotogrametría de no tener que utilizar procedimientos indirectos para la determinación de los parámetros de orientación externos de los fotogramas.

Puesto que la determinación cinemática de coordenadas con GPS es un procedimiento altamente utilizado, se puede asignar coordenadas excéntricas a todos los centros de proyección de un bloque. Esta gran redundancia de información —de puntos de apoyo aéreo— permite relajar de forma notable el número de puntos de apoyo terrestre.

La triangulación con apoyo GPS es considerada por el ICC como un posicionamiento particular más de entre los de un sistema de posicionamiento local —convencionales, GPS estático, GPS cinemático, inerciales, etc. (ver [7]).

2 Posicionamiento cinemático GPS

El GPS nació como un sistema de navegación en tiempo real basado en satélites. El posicionamiento en tiempo real se consigue a través de la medición de la pseudo-distancia a los satélites, a partir de un código emitido por éstos.

El sistema GPS usa una escala de tiempo muy exacta, necesaria para el posicionamiento. Esta escala de tiempo se basa en los osciladores atómicos incorporados en los satélites. El sistema puede transferir su escala de tiempo con precisiones de hasta 100 ns, lo que permite su uso para la sincronización de diferentes estaciones receptoras.

El proceso posterior de las observaciones de la fase de la señal emitida por los satélites permite alcanzar precisiones, en posicionamiento estático relativo, del orden de 1 ppm. Este es el método utilizado en los trabajos donde se requieren altas precisiones aunque no en tiempo real.

La ecuación principal de la fase viene dada por:

$$\Phi_r^s(t) = \rho_r^s(t) + \delta\rho_r^s(t) + c(\delta^s(t) - \delta_r(T)) + \lambda N_r^s - \delta_{i_o_r}^s + \delta_{i_r_r}^s + \epsilon, \quad (1)$$

donde

$-\Phi_r^s(t)/\lambda$:	observable GPS,
t	:	época,
$\rho_r^s(t)$:	distancia real receptor-satélite,
$\delta\rho_r^s(t)$:	error en las efemérides del satélite,
c	:	velocidad de la luz,
$\delta^s(t)$:	error reloj del satélite s ,
$\delta_r(T)$:	error reloj del receptor r ,
λ	:	longitud de la onda de la señal,
$\delta_{io_r}^s$:	error debido a la ionosfera,
$\delta_{tr_r}^s$:	error debido a la troposfera,
ϵ	:	errores de recepción (ruido, multicamino...),
N_r^s	:	ambigüedad (número de ciclos).

Las incógnitas de la posición del centro de fase de la antena (x,y,z), se encuentran implícitas en la distancia real entre el receptor y el satélite

$$\rho_r^s(t) = \sqrt{(x^s - x)^2 + (y^s - y)^2 + (z^s - z)^2}, \quad (2)$$

donde x^s, y^s, z^s son las coordenadas del satélite s calculadas a partir de las efemérides emitidas por los satélites.

Cabe destacar N_r^s , la ambigüedad inicial de número de ciclos de la fase entre el satélite s y el centro de fase de la antena del receptor. Las altas precisiones alcanzables con GPS se basan en la determinación de esta incógnita.

El posicionamiento cinemático de precisión con GPS se debe a B.Remondi, quien, en 1985, propuso el conocido procedimiento basado en las observaciones de la fase.

Conociendo las coordenadas de un segundo receptor fijo de referencia y diferenciando las ecuaciones de la fase entre receptores se obtiene:

$$\Delta\Phi^s(t) = \Delta\rho^s(t) + \Delta\delta\rho^s(t) - c\Delta\delta(T) + \lambda\Delta N^s - \Delta\delta_{io}^s + \Delta\delta_{tr}^s + \Delta\epsilon, \quad (3)$$

donde

$$\Delta(\cdot) = (\cdot)_{rec1} - (\cdot)_{rec2}.$$

En una primera aproximación podemos desprestigiar los errores debidos a las efemérides de los satélites, al retardo de la propagación de la señal a su paso por la troposfera y al adelanto de la fase por causa de la ionosfera, así como $\Delta\epsilon$. De ese modo tenemos:

$$\Delta\Phi^s(t) = \Delta\rho^s(t) - c\Delta\delta(T) + \lambda\Delta N^s. \quad (4)$$

Observando simultáneamente un mínimo de 4 satélites continuamente y una vez resueltas las ambigüedades iniciales de ciclos, podemos determinar para cada época las 4 incógnitas del problema, (las tres coordenadas del receptor móvil y $\Delta\delta(T)$, el error del reloj de los receptores) con precisiones entre 1 – 10 cm en posición. Las ambigüedades iniciales de ciclos ΔN^s se mantienen constantes durante toda la observación siempre que no se produzcan pérdidas de ciclo de la señal y se mantenga el seguimiento de la fase.

Las precisiones alcanzables por este sistema no dependen del tiempo puesto que el GPS no se ve afectado por derivas. Sin embargo, una determinación incorrecta de las ambigüedades puede introducir un error sistemático en la trayectoria calculada que puede interpretarse como una deriva respecto a la trayectoria real. Para cortos intervalos de tiempo esta deriva puede modelizarse linealmente. La existencia de estas derivas, así como la viabilidad de su modelización lineal, quedó demostrada en el test de Flevoland que se describirá posteriormente.

En el test de Flevoland también se demostró la capacidad operativa del posicionamiento cinemático usando solo un receptor, sin necesidad de disponer de un receptor fijo de referencia. Tanto el receptor móvil como el receptor de referencia se ven afectados por una serie de errores sistemáticos; estos errores prácticamente se cancelan al realizar posicionamiento cinemático relativo. Sin embargo al realizar posicionamiento cinemático con un solo receptor los errores sistemáticos introducen una deriva en la trayectoria calculada que, al igual que la deriva introducida por una incorrecta determinación de las ambigüedades, puede modelizarse linealmente, como se verá posteriormente.

En una visión cinemática clásica, en primer lugar se procede a una determinación de las ambigüedades en modo estático: partiendo de una base conocida, realizándose un doble intercambio de antenas (*antenna-swapping*), o bien determinando la base inicial. Una vez determinadas las ambigüedades el receptor móvil puede empezar su trayectoria dinámica.

Se están perfeccionando métodos para resolver las ambigüedades de ciclos directamente en modo cinemático: bien mediante el uso único del GPS, como las técnicas de combinación de frecuencias en desarrollo (*wide-laning*, *narrow-laning*) [?], o bien con la adición de información independiente dada por sistemas inerciales o por el conocimiento de algún centro de proyección via triangulación aérea.

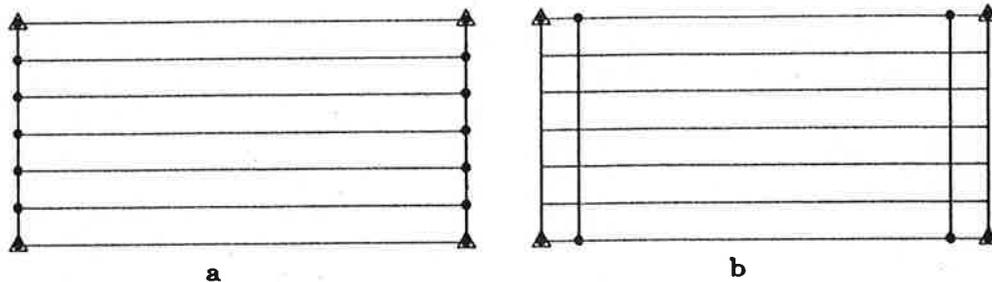


Figura 1: Configuraciones óptimas de control terrestre para bloques fotogramétricos.

La principal dificultad en el posicionamiento cinemático radica en mantener el seguimiento de la fase de los satélites. Si se pierde la señal debemos determinar de nuevo las ambigüedades de ciclos. Este es el caso, por ejemplo, en los aeropuertos con gran tráfico aéreo donde es difícil mantener el seguimiento de la fase debido a las bruscas maniobras que deben realizarse durante el despegue y el aterrizaje del avión. Por tanto, para aplicaciones como la aerotriangulación son de especial interés las técnicas de determinación de las ambigüedades durante el vuelo.

3 Integración de los datos GPS cinemáticos en las redes fotogramétricas

Un sistema operacional para la integración de los datos GPS en las redes fotogramétricas ideal podría consistir en una cámara métrica más un receptor GPS capaz de almacenar observaciones de la fase a un alto ritmo observacional (1 observación cada 0.2 - 1 segundos).

Puesto que se maniobra la cámara durante el vuelo, la posición relativa del centro de la antena GPS cambia con respecto al centro de proyección y debe almacenarse. Después del vuelo, se procesan las observaciones de la fase y se calculan las coordenadas de la antena para cada época de observación GPS. Finalmente se interpolan las coordenadas de los instantes de exposición. Un aspecto importante del sistema es la determinación de los instantes de exposición y su relación con las observaciones de la fase.

Extensas simulaciones [8] se han llevado a cabo bajo la hipótesis simplificada de que los centros de proyección de las imágenes y/o las actitudes de la cámara se podían observar directamente. A pesar de esta simplificación, deben tenerse en cuenta dos resultados principales: la propagación favorable de la precisión de las coordenadas de los centros de proyección a los puntos de control y que los datos de actitud tienen solamente una influencia limitada. De acuerdo con las simulaciones, la precisión requerida para los centros de proyección en un bloque a escala 1:4000, para obtener 1 - 2 cm de precisión horizontal y 6 cm de precisión vertical en el terreno, es 15 cm, asumiendo una precisión de 3 μm en las observaciones fotogramétricas.

Otros trabajos preliminares de simulación, que estudian la compensación de errores sistemáticos en redes fotogramétricas con GPS y la combinación de control aéreo vía GPS con control terrestre proveniente de DTM, se encuentran en [4, 13].

Las coordenadas interpoladas de la antena GPS son introducidas en un ajuste combinado como observaciones adicionales para cada posición de la cámara con las ecuaciones de observación apropiadas. Estas ecuaciones incluyen parámetros de deriva para cada coordenada de la antena como incógnitas adicionales, que aproximan y corrigen los errores de deriva de las posiciones de la antena GPS en el ajuste. Si durante el vuelo no ha habido ninguna interrupción, sólo es necesario un conjunto de parámetros para el bloque completo. En cambio si se procesan los datos GPS por pasadas, se recomienda introducir un conjunto de parámetros para cada una de ellas.

Para la aerotriangulación soportada con GPS, el bloque fotogramétrico ha de ser diseñado de la manera convencional. Se recomiendan dos configuraciones de control terrestre (Figura 1):

- 4 puntos de control terrestre planimétricos y altimétricos, situados en las esquinas del bloque y una cadena de puntos de control verticales en los extremos del bloque (a),
- los 4 puntos de control de las esquinas más 2 pasadas transversales (b).

	σ_{xy}	σ_z
a no deriva	$1.0 \cdot \sigma_0 \cdot s$	$1.5 \cdot \sigma_0 \cdot s$
a deriva/bloque	$1.7 \cdot \sigma_0 \cdot s$	$1.7 \cdot \sigma_0 \cdot s$
a deriva/pasada	$2.1 \cdot \sigma_0 \cdot s$	$2.3 \cdot \sigma_0 \cdot s$
b deriva/pasada	$1.5 \cdot \sigma_0 \cdot s$	$2.0 \cdot \sigma_0 \cdot s$

Tabla 1: Precisión de bloques fotogramétricos ajustados.

El uso de los 4 puntos de control es necesario para resolver el problema del datum. La aerotriangulación sin puntos de control es posible, aunque no es aceptable debido a que los resultados están referidos al sistema WGS84.

En [3] se analiza, mediante simulaciones, la precisión de los bloques fotogramétricos soportados con GPS. Estas simulaciones han demostrado que las precisiones de los bloques así ajustados son extremadamente buenas. Así, la precisión de los bloques GPS depende muy poco del control terrestre, del tamaño del bloque y de la propia precisión de las coordenadas de la antena determinadas con GPS. Los resultados de estas simulaciones se dan en la Tabla 1 y se pretende dar con ellos una serie de especificaciones de la precisión de las coordenadas de los puntos objeto determinados en el ajuste del bloque σ_{xy} y σ_z . De estos estudios se puede deducir que la aerotriangulación soportada con GPS alcanza los requerimientos de precisión para la gran mayoría de tareas fotogramétricas para cartografía, aun si se aplican los parámetros de deriva para cada pasada.

4 Descripción del test de Flevoland

En junio de 1987, un vuelo fotogramétrico experimental, constituido por 360 imágenes a una escala de 1:3800 y distribuidas en 16 pasadas paralelas, fue llevado a cabo sobre una área de 4 Km. x 4 Km en Holanda [15]. El avión iba equipado con un receptor GPS SERCEL TR5SB. La cámara era una WILD RC10 que había sido modificada para poder relacionar el instante de máxima abertura del obturador con la escala de tiempo del receptor GPS, con una precisión menor que 1 milisegundo. La posición del centro de la antena respecto al centro de proyección fue determinada de una manera muy precisa y la cámara se mantuvo fija durante el vuelo. Sobre el terreno se observó una red 3-dimensional de 50 puntos con dos receptores GPS TRIMBLE 4000S. Un segundo receptor GPS SERCEL NR52 se emplazó en uno de estos puntos terrestres para permitir el posicionamiento cinemático relativo del avión. Una mayor información sobre las características y organización del vuelo puede encontrarse en [10, 15].

El experimento tenía como finalidad investigar la precisión al determinar un punto cinemático GPS (aspecto 1) y la precisión al determinar un punto fotogramétrico GPS combinado con un número reducido de puntos de control (aspecto 2).

Se esperaba una precisión de 10 cm para los centros de antena en los momentos de exposición. Para comprobarlo (aspecto 1) se escogió un subconjunto de 130 imágenes en 7 pasadas (Tablas 2 y 4) y una red fotogramétrica robusta, que pretendía una determinación muy precisa de los centros de proyección, fue diseñada y observada por el *Institut für Photogrammetrie* (IfP) de Stuttgart. El análisis de este bloque, acerca del aspecto 1, puede encontrarse en [9, 10, 15]. Algunos de los resultados encontrados por Frieß, tal como el alto nivel de precisión interna de las coordenadas de la antena GPS ($\sigma = 3$ cm) como también la existencia de derivas sistemáticas que pueden ser modelizadas linealmente, han sido puntos de referencia para posteriores investigaciones. El estudio del aspecto 2 puede verse en [5].

Se ha de resaltar la importancia del experimento de Flevoland al obtener buenos resultados, tanto para el aspecto 1 como para el aspecto 2 y a su posterior aprovechamiento para comprobar y desarrollar los adecuados modelos matemáticos.

5 Descripción del test de Urgell

L'ICC decidió realizar un vuelo fotogramétrico de prueba, primero para contrastar las conclusiones obtenidas en el experimento de Flevoland y segundo para establecer cuáles serían los aspectos críticos en un entorno operacional (Tabla 3 y Figura 5).

Cámara	<i>WILD RC10</i>	Número de puntos señalizados	283
		Número de puntos naturales	117
Distancia focal	213.67 mm	Número de puntos pinchados	477
Altura de vuelo	820 m	Número total de puntos	877
Escala de vuelo	1 : 3800		
Velocidad del avión	240 Km/h	Número de observaciones GPS	3 × 130
Recubrimiento longitudinal	70 %	Número de parámetros de deriva	8
Recubrimiento transversal	50 – 60 %	σ solución SD	3 – 6 cm
		σ solución NA	4 – 12 cm
Número de imágenes	130		
Número de conjuntos AP	2	Número de puntos de control total	4
Número de pasadas	7	Número de puntos de control verticales	8
Número de fotos por pasada	18 – 19	σ puntos de control	1 – 2 cm
Tiempo entre exposiciones	3 s		
		puntos de comprobación V1	
Observaciones fotogramétricas	2 × 5833	Número de puntos horizontales y verticales	33
σ puntos señalizados	2.5 μ m	Número de puntos horizontales	8
σ puntos naturales	5 μ m		
σ puntos pinchados	7.5 μ m	puntos de comprobación V2	
Observaciones por punto	6.65	Número de puntos horizontales y verticales	31
Observaciones por imagen	44.87	Número de puntos horizontales	8

Tabla 2: Bloque Flevoland: parámetros fotogramétricos.

La zona a escoger, de unos 30 Km x 11 Km, debía cumplir ciertos requisitos que nos habíamos planteado, tales como:

- no tener grandes desniveles de terreno,
- posibilidad de escoger dos zonas más pequeñas, a cada extremo, de 3 Km x 3 Km, alineadas con la zona central, con una longitud total de unos 200 Km, para poder realizar un test posterior en el que se estudiarían ciertos comportamientos de las derivas,
- estar próxima a algún aeropuerto que no fuera el del Prat,
- ser una zona con buenas comunicaciones y de relativa calma para poder asegurar la durabilidad de las dianas fotogramétricas.

Con estos requerimientos y teniendo en cuenta la geografía de Cataluña, se decidieron tres posibles zonas:

- un bloque centrado en Vic y que estaba situado perpendicularmente a la costa. Se desestimó esta zona porque las zonas pequeñas estaban situadas en terrenos montañosos y, además, se encontraban limitados longitudinalmente por los Pirineos y por el mar. Por último, esta zona tiene un alto índice de urbanización e industrialización.
- un bloque centrado en Valls y direccionado hacia el delta del Ebro. Esta zona tiene el inconveniente de ser parte bastante urbanizada e industrializada
- un bloque centrado en Mollerussa (*Pla de l'Urgell*) que cumplía los requerimientos que se habían marcado: zona sin grandes desniveles, posibilidades de escoger varias zonas pequeñas a ambos lados, tener varios aeropuertos cerca, tales como el de Lleida (desestimado por tener la pista de tierra) y el de Reus, ser zona rural pero con buenas comunicaciones.

En esta zona se monumentaron y se señalaron 66 puntos de control, de entre los cuales 2 eran vértices geodésicos pertenecientes a la red de orden inferior de Cataluña (*lo Pilar de l'Almenara*, de primer orden y *el Tossal Gros d'Alcanó*, de orden inferior) que se observaron posteriormente con receptores GPS ASHTECH LD-XII.

Cámara	WILD RC10		
Distancia focal	153.63 mm	Número de imágenes	257
Altura de vuelo	2535 m	Número de conjuntos AP	3
Escala de vuelo	1 : 16500	Número de pasadas	9 + 3
Velocidad avión	265 Km/h	Número de fotos por pasada	25 - 11
Recubrimiento longitudinal	65 %	Tiempo entre exposiciones	17 s
Recubrimiento transversal	65 %		
Número de observaciones fotogramétricas	2 × 7894	Número de observaciones por punto	6.57
σ mínima	2 μ m	Número de observaciones por imagen	30.72
σ máxima	20 μ m		
Número de puntos pinchados	1138	Número de puntos de control	64
Número total de puntos	1202	σ puntos de control	1.63 cm

Tabla 3: Bloque Urgell: parámetros fotogramétricos.

El vuelo, que se realizó durante todo el mes de julio de 1990, era a una escala de 1:16500 y consistía en 9 pasadas paralelas más 3 de transversales, con un total de 257 imágenes. El avión iba equipado con un receptor GPS ASHTECH LD-XII y la cámara, una WILD RC10, fue modificada de la misma manera que en el experimento de Flevoland. Al igual que en el experimento holandés, durante el vuelo, un segundo receptor permaneció fijo en uno de los puntos de control centrales.

6 El modelo matemático

A menudo, se menciona la integración de datos derivados del GPS y de otros sistemas de navegación en redes fotogramétricas como la integración de *datos de orientación de la cámara observados directamente*. Esto es cierto, puesto que este tipo de datos está tan estrechamente relacionados con los parámetros de orientación de la cámara, que para muchas aplicaciones la información de navegación puede ser considerada como datos de orientación verdaderos. Desde un punto de vista matemático, esto significa que el modelo funcional a asumir es

$$\mathbf{x}_g^j = \mathbf{X}^j, \quad (5)$$

donde $\mathbf{x}_g^j = (x_g^j, y_g^j, z_g^j)^T$ son las coordenadas *observadas* de la parte posicional de los elementos de orientación y $\mathbf{X}^j = (X^j, Y^j, Z^j)^T$ son las incógnitas de la posición de los parámetros de orientación.

Este modelo simplificado es suficiente para cualquier simulación que sólo se proponga analizar la influencia de la información de navegación. Lo mismo sucede con los modelos de datos de actitud $\omega_g^j = \Omega^j$, $\phi_g^j = \Phi^j$, $\kappa_g^j = K^j$.

Por lo tanto, debe señalarse que aún son válidos los resultados dados en [8, 13]. Solamente la configuración del control terrestre o la geometría del bloque deben ser modificadas siempre que hayan derivas en los datos de navegación.

Si $\mathbf{X}_a^j = (X_a^j, Y_a^j, Z_a^j)^T$ es el vector de la excentricidad del centro de fase de la antena del receptor en el sistema de referencia de la imagen j , $\mathbf{R}^j = (m_{pq}^j)^T$ es la matriz de rotación del sistema imagen j , y $\mathbf{X}^j = (X^j, Y^j, Z^j)^T$ es el centro de proyección de la imagen j en el sistema de referencia objeto, entonces las coordenadas del centro de fase de la antena del receptor en el sistema de referencia objeto son

$$\mathbf{X}^j + \mathbf{R}^j \mathbf{X}_a^j. \quad (6)$$

Si el sistema de referencia satélite — S — y el sistema de referencia local — L — están relacionados a través de una transformación general de 7 parámetros

$$\mathbf{X}_S = \mathbf{X} + (1 + \mu)\mathbf{R}\mathbf{X}_L, \quad (7)$$

donde \mathbf{R} es la matriz de rotación del sistema L respecto al sistema S , entonces las coordenadas observadas \mathbf{x}_g^j en el momento de exposición j verifica la siguiente ecuación

$$\mathbf{x}_g^j = \mathbf{X} + (1 + \mu)\mathbf{R}(\mathbf{X}^j + \mathbf{R}^j \mathbf{X}_a^j). \quad (8)$$

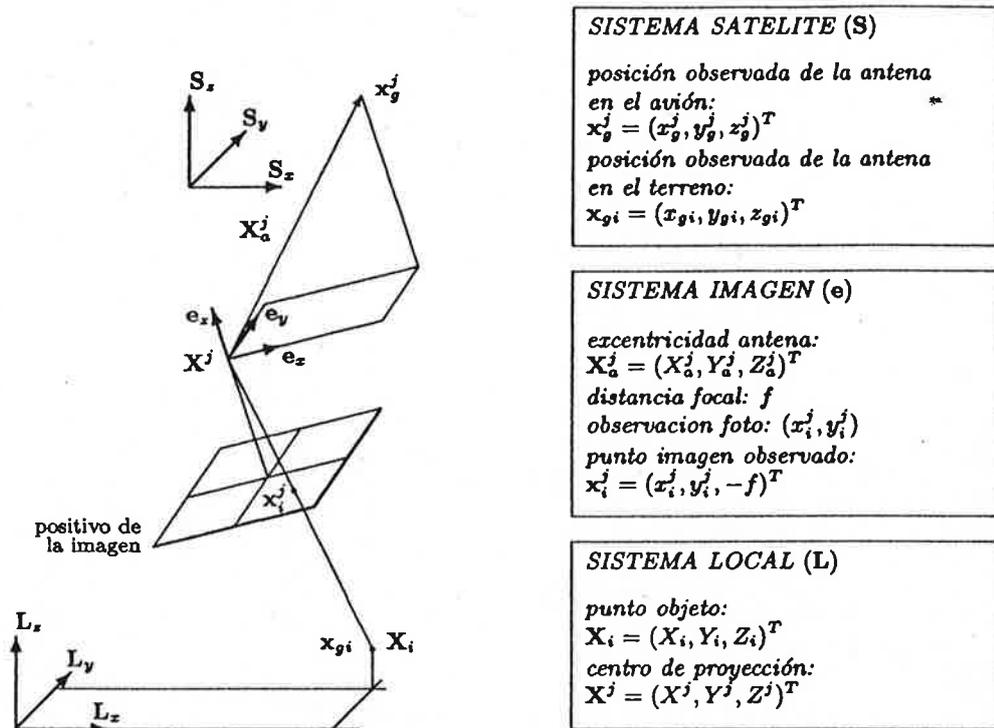


Figura 2: Modelo geométrico para la ecuación de observación de navegación.

Ahora bien, si según los resultados obtenidos por [9, ?, 15] y también según los resultados de la Tabla 5, las derivas de navegación son modeladas linealmente, la ecuación (8) anterior se convierte en

$$x_g^j = X + (1 + \mu)R(X^j + R^j X_a^j) + X_s + V_s(t^j - t_s), \quad (9)$$

donde $X_s = (X_s, Y_s, Z_s)^T$, $V_s = (V_{x_s}, V_{y_s}, V_{z_s})^T$ son los parámetros de deriva constante y velocidad para el conjunto de parámetros s . Una imagen j puede estar solamente relacionada con un conjunto de parámetros de deriva. t^j es el instante de exposición de la imagen j .

Si se usa un receptor como estación de referencia, o si se conocen las coordenadas de un número de puntos objeto en el sistema S , las ecuaciones de observación adicionales pueden obtenerse por medio de

$$x_{ig} = X + (1 + \mu)RX_i, \quad (10)$$

donde $X_i = (X_i, Y_i, Z_i)^T$ son las coordenadas de un punto objeto terrestre en el sistema L y $x_{ig} = (x_{gi}, y_{gi}, z_{gi})^T$ son las coordenadas observadas o conocidas del mismo punto en el sistema S .

La ecuación (9) representa, de hecho, relaciones geométricas elementales —ver Figura 2— pero relaciona 3 cantidades observadas con 22 incógnitas que están altamente correlacionadas. Ésta es la situación, por ejemplo, entre los parámetros de la transformación de datum y los parámetros de deriva o entre la excentricidad de la antena X_a^j y los parámetros de orientación. La excentricidad de la antena puede ser tratada, en la fórmula (9), como una constante o como una observación x_a^j modelada de la manera usual $x_a^j = X_a^j$. En el ajuste del bloque de Flevoland no apareció ninguno de estos problemas. Los datos GPS eran transformados previamente a un sistema local tridimensional. La excentricidad de la antena fue medida con precisión en tierra y fue introducida en el ajuste a través de la ecuación de observación adecuada.

Los modelos funcionales anteriores, para observaciones de coordenadas derivadas del GPS, junto con el modelo convencional fotogramétrico por haces con parámetros de autocalibración ha sido implantado en un programa general de ajuste de redes llamado ACX (*Ajust Combinat de Xarxes*) [5, 6].

7 Resultados y experiencias del Test de Flevoland

Se analizan la configuración de la red básica terrestre y los diferentes ajustes del bloque de Flevoland, cuyos resultados se describirán más adelante. Se consideran dos configuraciones diferentes de bloques fotogramétricos SD y NA , donde se intenta responder a la cuestión de si es necesario un receptor estático GPS en el terreno.

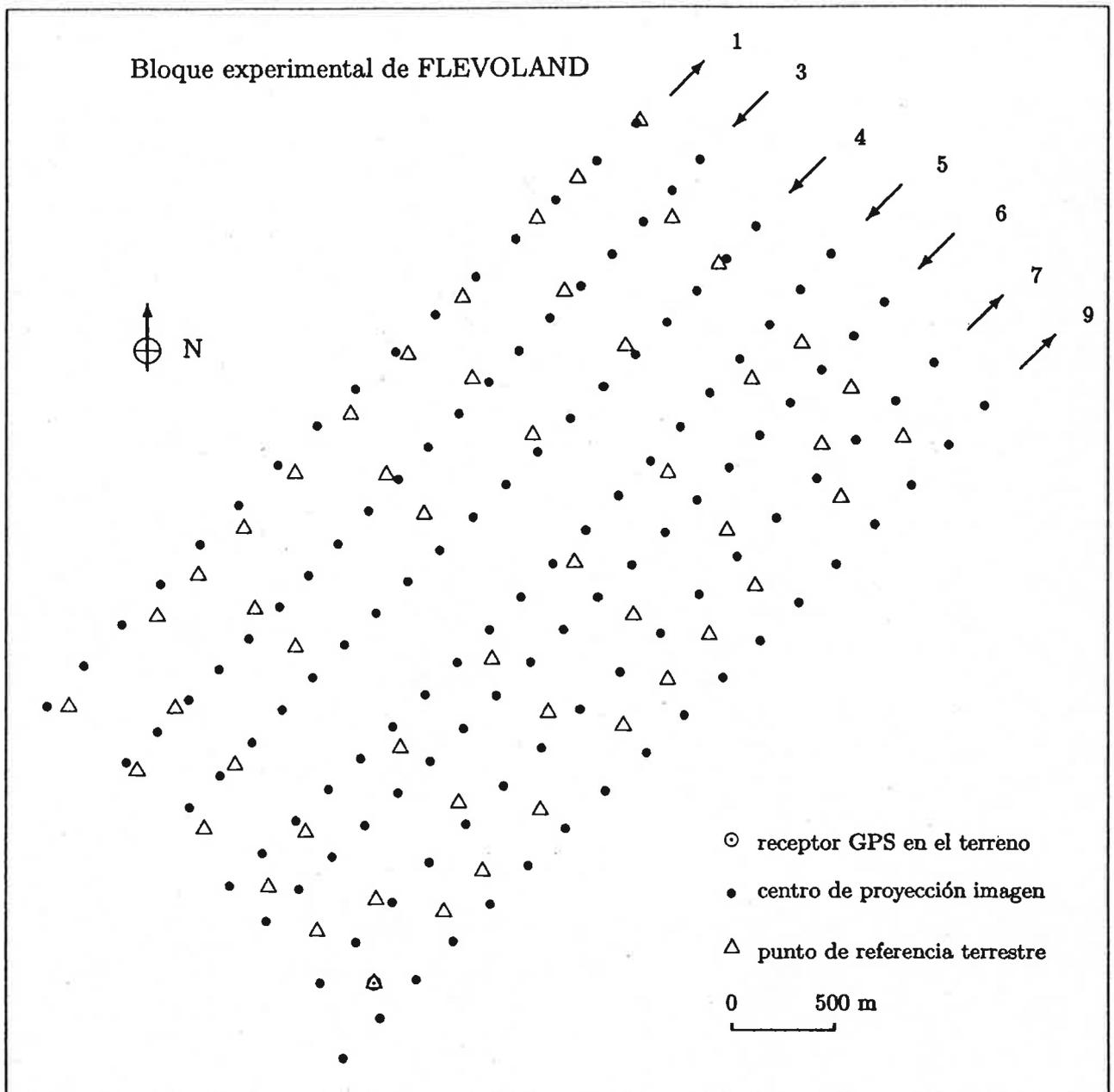


Figura 3: Visión general del bloque de Flevoland.

d	ST	SV	ΔT	ΔL	P	σ_{SD}	σ_{NA}	d	dia
10.6.87	3.1	6 8 9 — 12	26	1.70	40	6	12	ST	num. pasada
	3.2	6 8 9 11 12	32	2.13	3.5	3	4	SV	satélites observados
	4	6 8 9 11 12	58	3.96	3.5	3	4	ΔT	tiempo duración pasada s
	5	6 8 9 11 12	63	4.25	3.5	3	4	ΔL	longitud pasada Km
	6	6 8 9 11 12	62	4.26	3.5	3	4	P	PDOP
12.6.87	1	6 8 9 11 12	60	4.02	3.5	3	4	SD	solución diferencias simples cm
	7	6 8 9 11 12	64	4.25	3.5	3	4	NA	solución navegación cm
	3.1							3.1	9 fotos pasada 3
	3.2							3.2	11 fotos pasada 3

Receptores: *SERCEL TR5SB & NR52*
Observaciones: fase
Intervalo observación: 0.6 s

Tabla 4: Parámetros de los datos GPS.

7.1 Configuración del control terrestre

En el área cubierta por 130 imágenes seleccionadas se observaron 51 puntos de control con receptores GPS [15][p.416]. Eran puntos señalizados con dianas para puntería fotogramétrica, las coordenadas de los cuales estaban referidas al sistema WGS84 y, como ya se ha dicho, posteriormente transformadas a un sistema local. En [15] también se presentan sus elipses de error, cuyos semiejes mayores varían entre 0.5 cm y 3 cm.

Se seleccionaron 45 puntos de los 51 iniciales para el bloque *V1* después de eliminar 6 puntos de acuerdo con los siguientes criterios:

- se descartaron todos los puntos con desviaciones estándar mayores que 3 cm;
- 4 puntos fueron detectados como *errores groseros* por el programa *PATB-RS* durante el ajuste de un bloque de triangulación aérea convencional donde el total de los 51 puntos fueron introducidos como puntos de control.

A partir de estos 45 puntos se seleccionó una configuración de control terrestre, constituida por 4 puntos de control horizontal y vertical situados en las esquinas del bloque y 2 cadenas de puntos situadas en los bordes del bloque, al final de las pasadas (ver Figura 1).

7.2 Configuraciones de control aéreo GPS *SD* y *NA*

El proceso de los datos GPS del bloque de Flevoland están detalladamente explicados en [9, 10]. Se han analizado dos bloques diferentes (*SD* y *NA*) correspondientes a dos conjuntos diferentes de coordenadas de centros de fase de la antena del avión. En ambos casos se usaron efemérides de precisión. En el primer caso (*SD*) se procesaron conjuntamente las observaciones de la fase de ambos receptores GPS para obtener las coordenadas relativas del receptor móvil respecto al receptor estacionario. En este caso se usó el método de las diferencias simples. En el segundo caso (*NA*) únicamente se procesaron las observaciones del receptor móvil.

Finalmente, las posiciones del centro de fase de la antena en los instantes de exposición fueron interpolados linealmente entre las soluciones de las épocas más cercanas en el tiempo y las coordenadas así obtenidas se transformaron al sistema local.

7.3 Parámetros de deriva adicionales

En [10] se estudiaron las características de la precisión empírica de las coordenadas del centro de fase de la antena GPS. Una de las conclusiones fue que un conjunto de parámetros de deriva lineal no es suficiente para modelar el error de deriva si el conjunto de datos GPS contiene más de una pasada. Independientemente, se llegó a la misma conclusión analizando los residuos ajustados de los diferentes ajustes combinados preliminares ($\hat{\sigma}_0 \approx 1.4$, donde $\hat{\sigma}_0$ es el factor de varianza estimado después de que todas las observaciones que se introdujesen en el ajuste con unos pesos *a priori* realistas). Además, el seguimiento de la fase del satélite 11 se perdió durante la pasada 3 (ver Tabla 4) y se consideraron dos conjuntos de parámetros de deriva diferentes para la subpasadas 3.1 y 3.2. Es decir, se han usado un total de 8 conjuntos de deriva. Se ejecutaron ajustes previos para seleccionar los parámetros significativos con el test *t* de Student.

7.4 Parámetros de autocalibración adicionales

Se utilizaron dos conjuntos de parámetros de autocalibración adicionales —un conjunto de parámetros por cada día de vuelo (ver Tabla 4). Se introdujeron los 12 parámetros ortogonales de Ebner y se comprobó su significancia y determinabilidad antes de calcular los ajustes definitivos (un problema adicional del bloque fue que las distorsiones radiales calibradas no estaban disponibles y por lo tanto no se aplicaron a las coordenadas imágenes observadas).

7.5 Configuraciones de los puntos de comprobación V1 y V2

Todos los puntos de referencia que no fueron introducidos como puntos de control se consideraron como puntos de comprobación. De esta manera se dispuso de un total de 41 puntos de comprobación horizontales y 33 verticales, los cuales definen el bloque V1.

Se definió, también, un segundo bloque, V2, con 43 puntos de referencia. En este caso se descartaron 2 puntos más debido a su comportamiento *sospechoso* en muchos cálculos y a su situación en la red tridimensional. El número de puntos de comprobación es de 39 horizontales y 31 verticales.

7.6 Otros parámetros de comprobación

Para completar la investigación, se realizaron dos ajustes adicionales usando todo el conjunto de puntos de referencia como puntos de control. La idea fundamental es que para ciertos parámetros que no son determinados independientemente —centros de proyección, parámetros de deriva— se consigue una *mejor* determinación ajustando la red con el mayor número posible de puntos de control. El significado y las limitaciones de estos parámetros de comprobación deben, pues, ser tenidos en cuenta. Los parámetros calculados, de esta manera, son los parámetros de orientación y los de deriva y únicamente se usarán en la Tabla 6 para analizar como varían al introducir control aéreo GPS y reducir el control terrestre. Los parámetros de orientación de *comprobación* se obtuvieron en un ajuste de haces convencional mientras que los parámetros de deriva de *comprobación* para el bloque SD se calcularon en un ajuste combinado. En ambos casos los errores sistemáticos restantes, que no pueden ser corregidos con el uso de los parámetros de autocalibración adicionales, influyen los parámetros de *comprobación* estimados.

7.7 Resultados

La precisión de los resultados empíricos para los puntos de comprobación están resumidos en la Tabla 5 y se han dibujado, ver Figura 4, los residuos horizontales y verticales para el ajuste SD. Si μ_H , y μ_V son definidos como

$$\mu_H^2 = (\sum_{n_H} e_x^2 + e_y^2) / 2n_H,$$

y

$$\mu_V^2 = (\sum_{n_V} e_z^2) / n_V,$$

donde e_x , e_y y e_z son las diferencias entre las coordenadas ajustadas y las coordenadas dadas de n_H puntos de control horizontal y n_V verticales, entonces para la configuración de puntos de control V1 y la solución GPS SD, los resultados, mostrados en la Tabla 5, son

$$\mu_H = 2.10 \text{ cm}, \quad \mu_V = 4.11 \text{ cm}$$

o, a la escala aproximada de vuelo sobre la imagen

$$\mu_H = 5.5 \text{ } \mu\text{m}, \quad \mu_V = 10.8 \text{ } \mu\text{m}.$$

De modo parecido, la solución correspondiente a NA es

$$\mu_H = 1.98 \text{ cm}, \quad \mu_V = 4.65 \text{ cm}$$

o,

$$\mu_H = 5.2 \text{ } \mu\text{m}, \quad \mu_V = 12.2 \text{ } \mu\text{m}.$$

Ambos resultados, SD y NA, cumplen los requerimientos de precisión [1] [p.27] para cartografía a gran escala y también para la determinación fotogramétrica de puntos, especialmente — μ_H — si se tiene en cuenta la contribución de los errores en los puntos de comprobación. Estos resultados son satisfactorios para un primer experimento práctico y superan en mucho las expectativas iniciales.

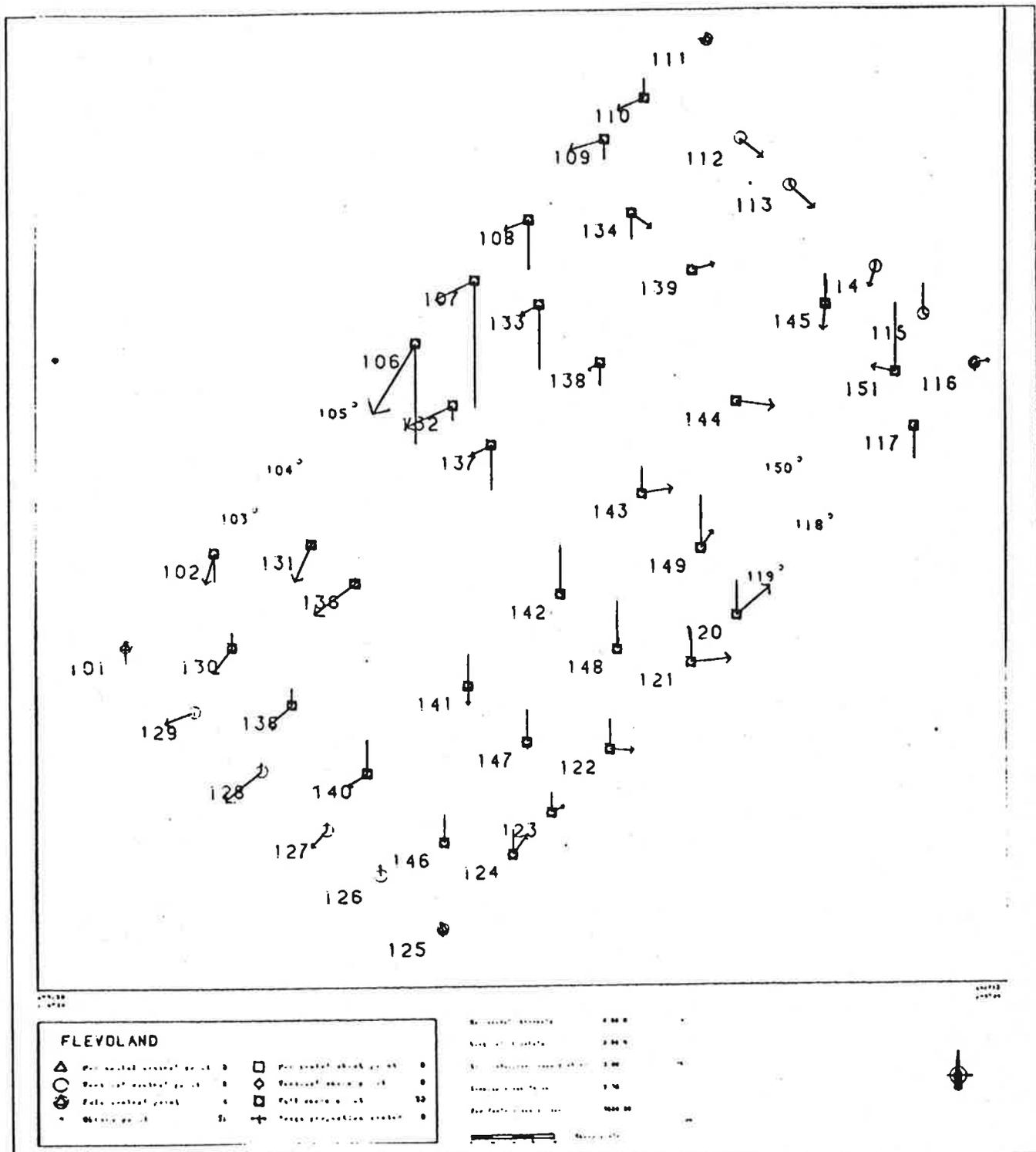


Figura 4: Diferencias en los puntos de comprobación.

VERSION		SD			NA			SD (no par. deriva)		
		x	y	z	x	y	z	x	y	z
V1	m	-0.48	-0.94	0.23	0.44	-0.37	-0.85	8.97	12.80	5.93
	r	2.27	1.92	4.11	2.11	1.84	4.65	9.69	14.45	10.81
	s	2.25	1.70	4.17	2.09	1.83	4.64	3.70	6.79	9.18
	σ	1.06	1.07	1.77	1.08	1.12	1.86	1.48	1.48	2.53
V2	m	-0.31	-0.77	0.94	0.59	-0.23	-0.09	8.93	12.43	6.65
	r	2.16	1.63	3.24	2.10	1.67	3.56	4.69	14.09	10.97
	s	2.17	1.45	3.15	2.04	1.68	3.62	3.79	6.73	8.87
	σ	1.03	1.04	1.73	1.05	1.09	1.82	1.45	1.45	2.51

m: media de los residuos.

r: rms residuos.

s: desviación std. empírica

σ : desviación std. teórica.

Unidades: cm

Tabla 5: Resumen de la precisión de los resultados en los puntos de comprobación.

En la tercera columna de la Tabla 5 la precisión empírica, cuando no se usan los parámetros de deriva adicionales, nos viene dada sólo para mostrar que no se puede prescindir de ellos. Es interesante ver que la insuficiencia del modelo funcional, sin modelizar la deriva, puede descubrirse por medio del factor de varianza $\hat{\sigma}_0$. En nuestro caso era $\hat{\sigma}_0 \approx 1.7$ mientras que $\hat{\sigma}_0 \approx 1$ cuando usamos el modelo apropiado.

Se obtiene una gran precisión cuando no se usan, deliberadamente, las observaciones del receptor estacionario (solución NA). Esto es de especial interés para quien deba usar esta tecnología, o bien en áreas de difícil acceso, o bien que quiera abatar costes una vez alcanzados los requerimientos de precisión.

Un resultado sorprendente es que μ_H es mayor (V1) para la solución SD que para la solución NA. De nuevo, la propia contribución del error de los puntos de comprobación y el hecho de que μ_H y μ_V sean cantidades estocásticas con una cierto rango de variación no deben olvidarse. V2 se comporta de una manera más "razonable".

En la Tabla 6 se da una información más detallada de SD. La subpasada 3.1 muestra resultados anómalos (derivas grandes) tal y como se esperaba. Fuera de esta excepción, la derivas están alrededor de 1 - 3 mm/s. En la Tabla 6.3 la variación de los parámetros de orientación —desde la aerotriangulación convencional con completo control terrestre hasta el caso SD— es expuesta (3 - 5 cm, 1 - 3 mgon). Es realmente pequeña así como la variación de los parámetros de deriva —desde el ajuste combinado con completo control hasta SD— (2 cm, 0.5 mm/s).

En la Figura 4 se muestran las diferencias en los puntos de comprobación para el caso SD. Pueden verse, para el mismo caso, ciertas tendencias localmente sistemáticas. En las Figuras 6 y 7 pueden ser analizados los residuos horizontales y verticales para las coordenadas del centro de fase de la antena GPS. Debido a la precisión de los puntos de comprobación es arriesgado formular una hipótesis acerca de los errores sistemáticos de los puntos de comprobación restantes.

8 Resultados y experiencias del Test d'Urgell

8.1 Experiencias

Durante la realización del experimento se determinaron ciertas cuestiones operacionales que han de tenerse en cuenta si se quiere realizar, satisfactoriamente, un proyecto de este tipo:

- el estado actual de la constelación de satélites. Al realizar un vuelo fotogramétrico es necesaria una determinada altura del sol para evitar sombras. Si se quiere apoyar este vuelo fotogramétrico con GPS se debe disponer, durante el vuelo, de más de 4 satélites visibles con una elevación y geometría adecuadas. Al no estar totalmente desplegada la constelación de satélites GPS, el intervalo de tiempo en que se cumplen ambos requisitos puede ser corto. Este problema quedará solucionado cuando la constelación de satélites GPS esté completamente desplegada.

- determinación de la excentricidad entre la cámara y la antena. Debido a la disposición de las hélices en el avión empleado, un PARTENAVIA, y para evitar posibles obstrucciones con los satélites, se instaló un mástil en el fuselaje del avión colocando sobre él la antena GPS.
- interferencias con los sistemas de telecomunicación. El receptor iba equipado con un filtro para evitar este tipo de interferencias, pero en los primeros días del experimento cuando el piloto establecía contacto con la torre de control se detectaron pérdidas de la señal de los satélites. Este problema se solucionó instalando otro filtro entre la antena y el receptor GPS.
- maniobras durante el vuelo (dobles, etc...). Durante un vuelo fotogramétrico son frecuentes los virajes bruscos, que pueden provocar pérdidas de la señal de los satélites al obstruir el mismo avión la antena GPS.
- incertidumbre sobre la tarea a realizar en un entorno operacional normal. En el ICC, es frecuente tener varias tareas en cartera. Debido a las condiciones meteorológicas, a menudo el plan de vuelo sufre variaciones una vez el avión ya se encuentra en el aire. Para el ICC es de suma importancia los buenos resultados que puedan obtenerse al procesar los datos GPS sin disponer de una estación fija de referencia.

8.2 Configuración del control terrestre

Como ya se ha mencionado el bloque consiste en 257 imágenes y 66 puntos de control en los que se observaron más de 350 bases (1350 m de longitud media) con receptores GPS. Estos puntos, que fueron señalizados con dianas, tienen las coordenadas referidas al sistema WGS84 y transformadas posteriormente a un sistema local cuyo origen es el punto de control que ejercía como estación de referencia durante el vuelo.

La precisión de las coordenadas de los puntos después del ajuste es de 1.67 cm.

8.3 Resultados

Al igual que en Flevoland se diseñó un bloque fotogramétrico convencional robusto con el fin de dar coordenadas precisas de los centros de proyección para su posterior evaluación.

En estos momentos, el bloque fotogramétrico se halla en proceso de cálculo. Contiene 7739 pares de observaciones fotogramétricas y 60 puntos de control. El ecm de los residuos fotogramétricos es de 14.85 μm y el de los puntos de control es de 1.81 cm en planimetría y 0.72 cm en altimetría.

9 Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos en el experimento de Flevoland y a partir de las experiencias de la realización del experimento de Urgell, se puede afirmar que el proceso de las observaciones de la fase GPS ha permitido la determinación cinemática de las posiciones de la antena del avión, que se han usado como control aéreo en un ajuste combinado con un soporte mínimo de control terrestre. Estos resultados indican que en un futuro próximo se ahorrarán numerosos esfuerzos al usar esta técnica.

Agradecimientos

Las siguientes organizaciones y personas han intervenido en los experimentos descritos.

El experimento de Flevoland fue diseñado y realizado por el Departamento de Topografía del Rijkswaterstaat, la Universidad Técnica de Delft, KLM Aerocarto y SERCEL. El *Institut für Photogrammetrie* (IfP) de la Universidad de Stuttgart proporcionó las observaciones fotogramétricas y realizó el proceso de los datos cinemáticos GPS.

En el Test d'Urgell, la modificación de la cámara corrió a cargo del Departamento de Topografía del Rijkswaterstaat. El IfP participó en la observación y en el cálculo de la red terrestre. J.Gili (*Escola Tècnica Superior de Enginyers de Camins, Canals i Ports*, UPC) i J.Sendra (ENIFOSA) efectuaron las mediciones de la excentricidad de la antena GPS. M.Roman (*Servei de Producció Cartogràfica*, ICC) realizó las observaciones fotogramétricas —tarea, en este caso, especialmente difícil.

10 REFERENCIAS

- [1] Ackermann, F., 1987. The use of camera orientation data in photogrammetry - A review. *Photogrammetria*, Vol. 42, pp. 19-33.

Bloque experimental de URGELL

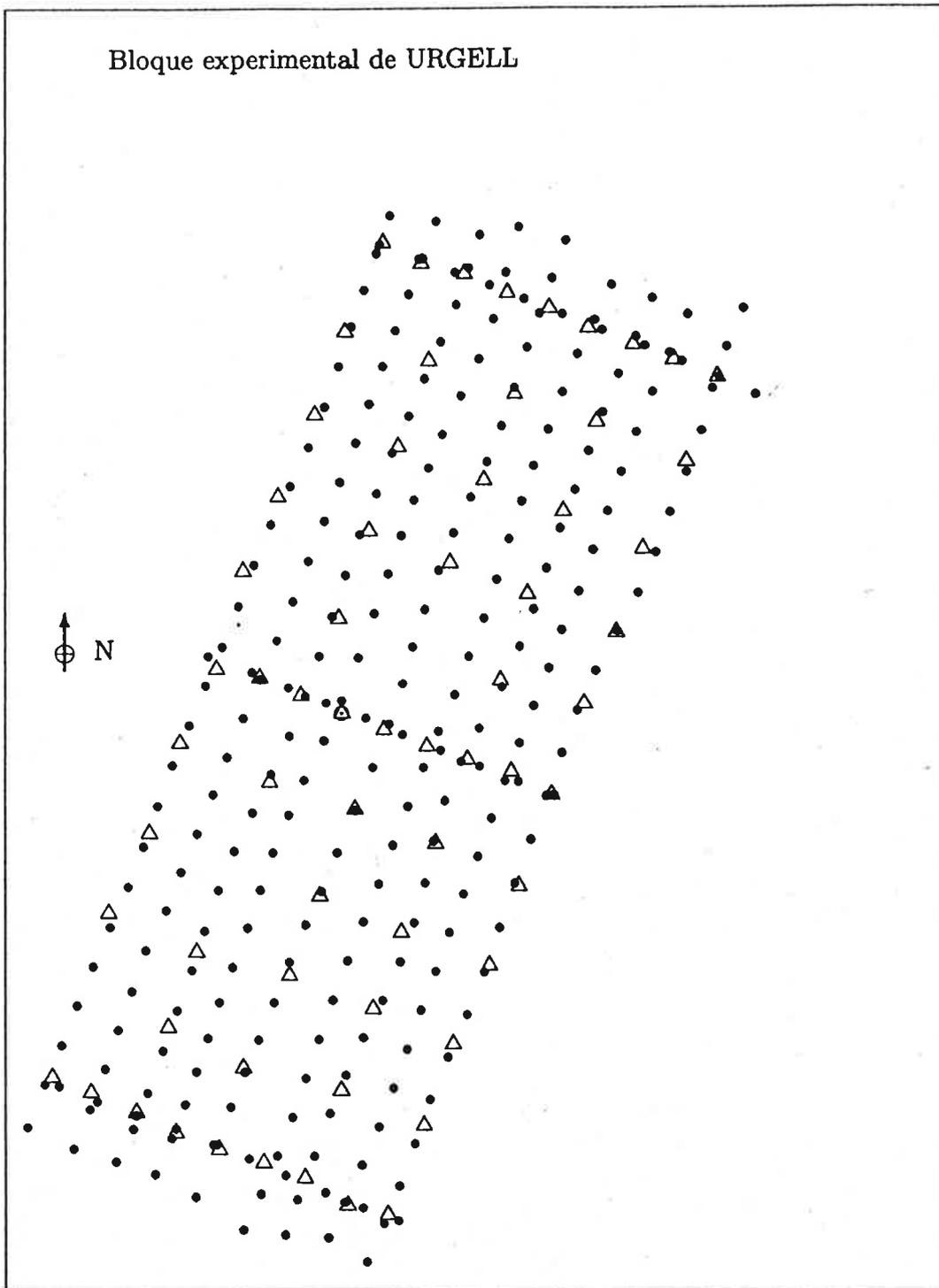


Figura 5: Visión general del bloque experimental de Urgell.

Thus, when the advanced user wants to implement a new model, she/he has just to edit the files within the dashed boxes; the two mentioned files (the major task) and other 5 remaining files (minor details like output formats that are not absolutely necessary since ACX will make default decisions). Then she/he has to program a FORTRAN subroutine for the observation equations and their derivatives according to certain calling conventions; this subroutine is added to the ACX object module library and a new executable module is generated. The pure photogrammetric or geodetic engineer or scientist needs to know very few about the program and just nothing about the discrete and I/O modules.

6 CURRENT STATUS AND FUTURE DEVELOPMENTS OF THE GeoTeX SYSTEM

GeoTeX is an operational photogrammetric/geodetic point determination system. Besides research, it is supporting production projects in geodesy and development projects in photogrammetry; the SPOT model is undergoing implementation in collaboration with the authors' colleagues of the Remote Sensing Group and with the team of the *Lehrstuhl für Photogrammetrie und Fernerkundung* at the Technical University in Munich [9].

There are two missing pieces in the system. One is the interface to the photogrammetric, geodetic, topographic and other data bases which, with the exception of the topographic —DTM— data base, are undergoing definition.

The other missing piece of software is a level 2 interface (Section 5.2) which requires a GUI system including a GS.

Last, with the new generation of digital photogrammetric stereo workstations, a closer integration of the point determination system and the measuring instruments is foreseen. The stereoscopic display capabilities and the new fast hardware might change some working routines in the sense of easier network analysis and, in many cases, almost real time adjustments.

References

- [1] Aho, A.V., Sethi, R., Ullman, J.D., 1986. *Compilers: principles, techniques, and tools*. Addison-Wesley, Reading.
- [2] Berge, C., 1973. *Graphs and hypergraphs*. North-Holland, Amsterdam.
- [3] Cavuoto, J., 1991. PostScript moves up. *Computer Graphics World*, 14(7): 105-108.
- [4] Colomina, I., 1989. Combined adjustment of photogrammetric and GPS data. In: *Schriftenreihe des Instituts für Photogrammetrie*, Universität Stuttgart, Vol. 13, pp. 313-328, Stuttgart.
- [5] Colomina, I., 1991. Structural aspects of hybrid networks in geodesy and photogrammetry. Ph.D. dissertation, Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona, Barcelona.
- [6] Colomina, I., 1992. Discrete mathematical techniques in the analysis and adjustment of hybrid networks. In: *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 29, Comm. III.
- [7] Crippa, B., de Haan, A., Mussio, L., 1989. The formal structure of geodetic and photogrammetric observations. In: *Proceedings of the Tutorial on Mathematical Aspects of Data Analysis*, ISPRS, Intercommission WG III/VI, Pisa, pp. 9-35.
- [8] Elassal, A.A., 1983. Generalized adjustment by least squares (GALS). *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, 49: 201-206.
- [9] Heipke, C., Kornus, W., Strunz, G., Thiemann, R., Colomina, I., 1992. Automatic photogrammetric processing of SPOT imagery for point determination, DTM generation and orthoprojection. In: *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 29, Comm. IV.
- [10] Hildebrand, J.D., 1991. Menus, mice & mom. *Computer Language*, 8(9): 42-48.
- [11] F.U.W., 1991. The empire (IBM) strikes back (at MICROSOFT and the ACE consortium). *Imaging technology report*, 4(8).
- [12] Judge, P., 1991. *Guide to IT standards makers. Technology Appraisals*, Isleworth (UK).
- [13] Mason, T., Brown, D., 1990. *lex & yacc*. O'Reilly & Associates, Sebastopol (California).
- [14] Sarjakoski, T., 1988. Object-oriented approaches in the design of more capable (adjustment) systems. In: *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 27, part B10, Comm. III, pp. 244-253.
- [15] Schwarz, C.R., Tscherning, C.C., 1982. Introduction to and report from the Symposium on Management of Geodetic Data, August, 1981. *Bulletin Géodésique*, 56: 106-114.
- [16] Swanke, J.E., 1991. The realities of portable software. *Computer Language*, 8(11): 57-66.
- [17] Tscherning, C.C., 1978. Defining the basic entities in a geodetic data base. *Bulletin Géodésique*, 52: 85-92.

- [2] Ackermann,F.,1990. Kinematic GPS camera positioning for aerial triangulation. *Second International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*, pp. 1155-1168.
- [3] Ackermann,F.,1991. Prospects of GPS for Aerial Triangulation. Artículo pendiente de publicación en ITC.
- [4] Colomina,I.,1988. High altitude aerial triangulation without ground control. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 27-B9, Comm. III, pp. 215-226.
- [5] Colomina,I.,1989. Combined adjustment of photogrammetric and GPS data. *42. Photogrammetric Week*, pp. 313-328.
- [6] Colomina,I.,1991. Structural aspects of hybrid networks in geodesy and photogrammetry. (tesis doctoral). *Departament de Matemàtica Aplicada i Anàlisi, Universitat de Barcelona*.
- [7] Colomina,I.,1992. Estado actual y perspectivas de la determinación del geoide en Cataluña. (este volumen) *1 Semana Cartográfica de Barcelona, Barcelona*.
- [8] Frieß,P.,1986. A simulation study on the improvement of aerial triangulation by navigation data. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 26, Comm. III, pp. 269-283.
- [9] Frieß,P.,1988. Empirical accuracy of positions computed from airborne GPS data. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 27, Comm. III, pp. 215-224.
- [10] Frieß,P.,1989. Arbeiten und Ergebnisse des Teilprojektes B5. *Sonderforschungsbereich 228, Hochgenaue Navigation*, pp. 97-111.
- [11] Frieß,P.,1990. Kinematic GPS positioning for aerial photogrammetry - empirical results. *Second International Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System*, pp. 1169-1184.
- [12] Frieß,P.,1991. Aerotriangulation with GPS - methods,experience,expectation. *43. Photogrammetric Week*.
- [13] Grün,A., Runge,A.,1988. The accuracy potential of self-calibrating aerial triangulation without control,1988. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 27, Comm. III, pp. 245-253.
- [14] Seeber,G.,Wübbena,G.,1989. Kinematic Positioning with carrier phases and "on the way" ambiguity solution. *Fifth International Geodetic Symposium on Satellite Positioning, Las Cruces*.
- [15] vd Vegt,J.W., Boswinkel,D., Witmer,R.,1988. Utilization of GPS in large scale photogrammetry. *International Archives of Photogrammetry*, Vol. 27-B11, Comm. III, pp. 413-429.

Tipo obs.	x	y	z	Unidades
Fotogramétrica	4.06	5.00	—	μm
Control terrestre	0.85	0.46	1.12	cm
Antena GPS	2.79	4.39	2.85	cm

① Residuos observaciones

② Parámetros deriva ajustados (cm y mm/s)

③ Diferencias par. orientación comprobación (cm y mgon)

Conjunto	1	3.1	3.2	4	5	6	7	9	media
X	17.72	-65.58	19.52	—	—	8.66	—	-7.00	
σ_X	2.43	2.68	2.00	—	—	1.37	—	1.85	2.06
Y	57.34	233.25	-24.34	-27.57	-10.27	—	50.09	38.43	
σ_Y	2.64	2.91	2.06	1.62	1.39	—	1.78	2.18	2.08
Z	44.31	-7.81	9.33	7.29	5.49	28.22	38.89	37.50	
σ_Z	3.30	2.89	2.21	2.04	2.08	2.09	2.91	3.07	2.57
V_x	—	—	3.96	1.50	2.12	—	—	-3.12	
σ_{V_x}	—	—	1.44	0.73	0.64	—	—	0.79	0.90
V_y	—	21.89	-3.24	-1.97	—	—	—	2.01	
σ_{V_y}	—	2.88	1.45	0.72	—	—	—	0.72	1.44
V_z	-1.91	—	—	—	—	—	—	—	
σ_{V_z}	0.62	—	—	—	—	—	—	—	0.62

Parámetro	X	Y	Z	Ω	Φ	K
m	-2.42	-1.19	0.01	-0.60	-1.72	0.58
r	5.18	4.31	3.14	3.01	3.41	0.83
s	4.60	4.16	3.16	2.97	2.95	0.59
σ	2.64	2.78	2.61	1.89	1.91	0.81

Parámetro	X	Y	Z
m	-0.48	-0.94	0.23
r	2.27	1.92	4.11
s	2.25	1.70	4.17
σ	1.06	1.07	1.77

Conjunto	1	3.1	3.2	4	5	6	7	9
X	4.70	2.29	3.04	—	—	0.41	—	-0.64
Y	0.57	0.35	-0.72	0.44	0.07	—	-0.26	-0.58
Z	2.99	1.30	1.54	0.02	-0.93	-1.45	-2.38	-2.59
V_x	—	—	-0.53	0.56	0.34	—	—	0.43
V_y	—	-1.04	1.00	-0.06	—	—	—	-0.50
V_z	-0.27	—	—	—	—	—	—	—

④ Dif. puntos comprobación (cm)

⑤ Dif. par. deriva comprobación (cm y mm/s)

Tabla 6: Resumen del bloque SD-VI.

Test block FLEVOLA 70

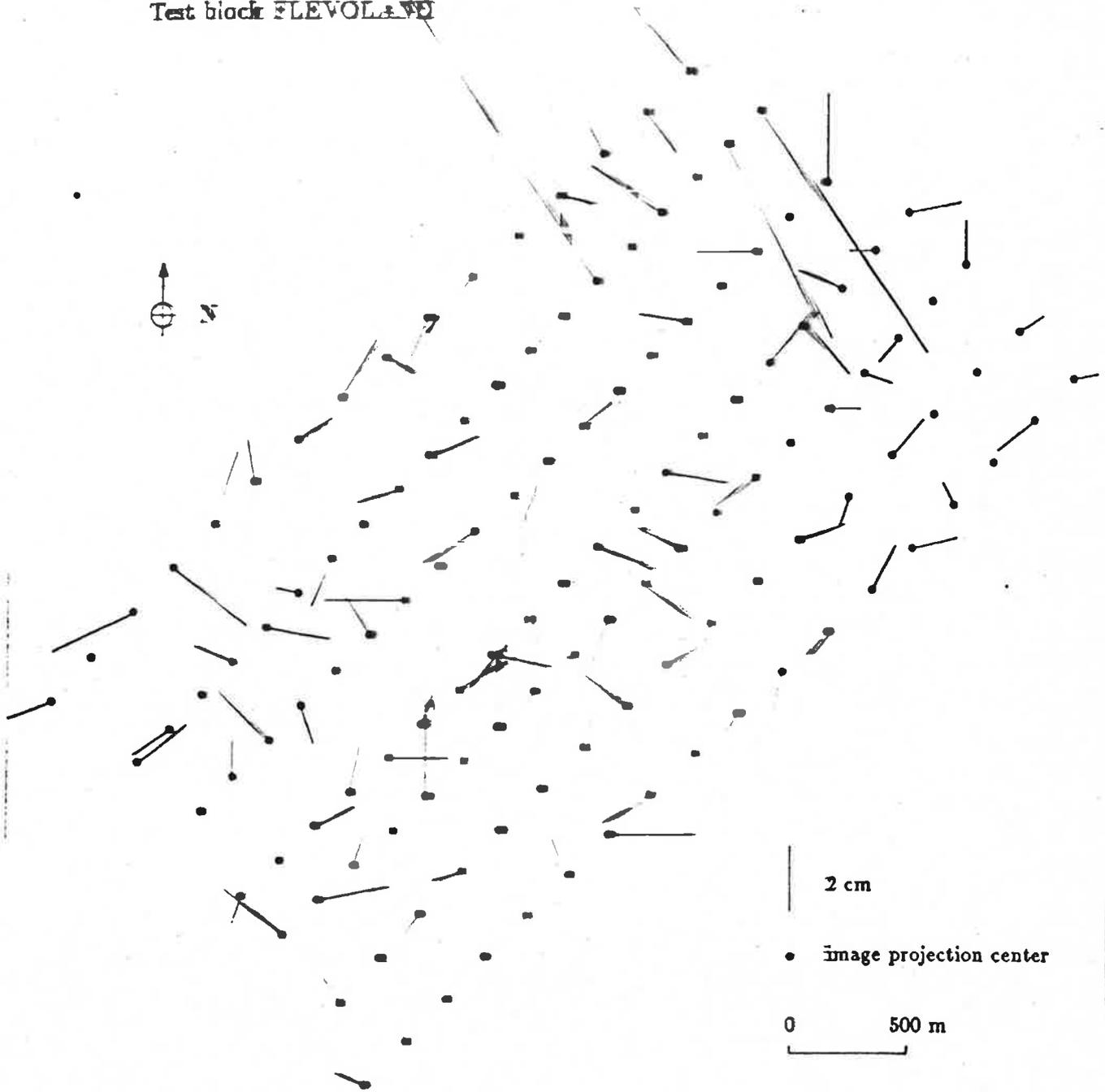


Figura 1: Baselines horizontales de las observaciones GPS.

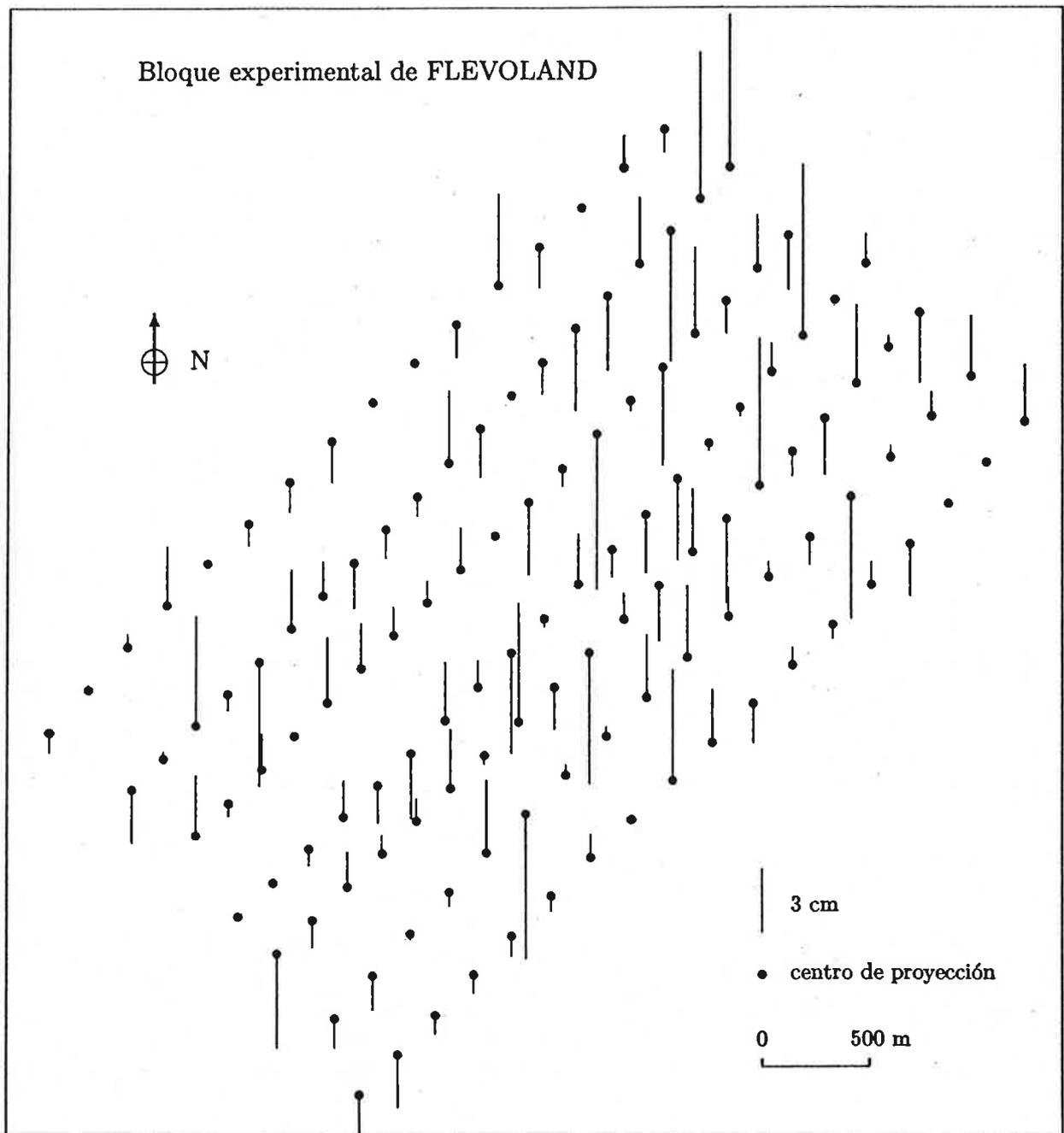


Figura 7: Residuos verticales de las observaciones GPS.